Pflichtaufgaben:

25BE 1. Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = (2x + 3) \cdot e^{0.5x}$

(02) 1.1 Berechnen Sie die Schnittstellen von f mit den Koordinatenachsen!

(02) 1.2 Geben Sie $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ und $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ an!

(12) 1.3 Berechnen Sie den Extrempunkt und den Wendepunkt – einschließlich Nachweise!

(02) 1.4 Zeichnen Sie den Graph im Intervall $[-6;1]$!

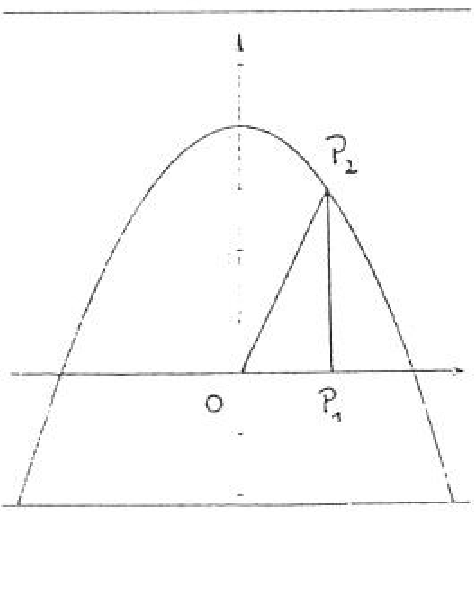
(04) 1.5 Zeigen Sie, dass $F(x) = (4x - 2) \cdot e^{0.5x}$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist und berechnen Sie die Fläche, die vom Graph der Funktion $f(x)$ und den Koordinatenachsen vollständig eingeschlossen wird!

(03) 1.6 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an den Graph der Funktion $f(x)$ im Punkt $P(-1{,}5;0)$

10BE 2. Die Gleichung einer Parabel habe die Form $y = f(x) = ax^2 - c$
Der Scheitel der Parabel liege bei (0; 4) und ein Schnittpunkt mit der x-Achse bei (3;0).

(02) 2.1 Bestimmen Sie die Gleichung dieser Funktion!

(08) 2.2 Im I.Quadranten ist gemäß Skizze ein rechtwinkliges Dreieck OP_1P_2 einbeschrieben.
Berechnen Sie die Punkte P_1 und P_2 so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks OP_1P_2 maximal wird!



Schriftliche Abschlussprüfung 2001 -Fachoberschule- R
Fach Mathematik
-Technik-

Pflichtaufgaben:

25BE 1.Die Gleichung $y = f_a(x) = \frac{x+a}{x^2}$; $a > 0$ beschreibt eine Schar von Funktionen f_a. Ihre Graphen werden mit K_a bezeichnet.

(01) 1.1 Geben Sie den Definitionsbereich für diese Funktionen f_a an!

(02) 1.2 Berechnen Sie die Nullstelle der Funktionen f_a in Abhängigkeit von a!

(10) 1.3 Berechnen Sie den Minimumpunkt (mit Nachweis) und den Wendepunkt (ohne Nachweis) des Graphen K_a in Abhängigkeit von a!

(Eine mögliche Lösung für die 2.Ableitung: $y'' = f_a'' = \frac{2x+6a}{x^4}$)

1.4 Setzen Sie nun für $a = 0.25$!

(03) 1.4.1 Geben Sie die Nullstelle, den Minimumpunkt und den Wendepunkt für die Funktion $f_{0.25}$ an!

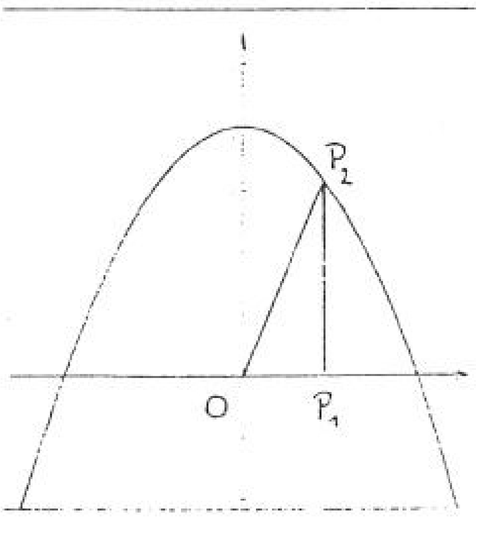
(04) 1.4.2 Zeichnen Sie in ein gemeinsames Koordinatensystem den Graph $K_{0.25}$ im Intervall $[-5;5]$ und die Parallele zur y–Achse durch den Wendepunkt.

(05) 1.4.3 Der Graph $K_{0.25}$, die x-Achse und die Parallele zur y-Achse durch den Wendepunkt begrenzen eine endliche Fläche im III.Quadranten. Berechnen Sie deren Inhalt.

10BE 2.Die Gleichung einer Parabel habe die Form $y = f(x) = ax^2 - c$.
Der Scheitel der Parabel liege bei (0; 4) und ein Schnittpunkt mit der x-Achse bei (3;0).

(02) 2.1 Bestimmen Sie die Gleichung dieser Funktion!

(08) 2.2 Im I.Quadranten ist gemäß Skizze ein rechtwinkliges Dreieck OP_1P_2 einbeschrieben.
Berechnen Sie die Punkte P_1 und P_2 so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks OP_1P_2 maximal wird!



Wahlaufgaben

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

15 BE 3. Eine ganzrationale Funktion 3. Grades $y = f(x) = ax^3 + bx^2 - cx + d$ hat in $T(0; -2)$ einen Tiefpunkt und in $W(1; 0)$ einen Wendepunkt.

(05) 3.1 Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion!

(01) 3.2 Geben Sie die Schnittstelle mit der y-Achse an!
Die Schnittstellen mit der x-Achse sind $x_1 = 1$, $x_2 \approx -0.73$, $x_3 \approx +2.73$

(03) 3.3 Berechnen Sie den anderen Extrempunkt (einschließlich Nachweis der Art des Extremums)

(02) 3.4 Skizzieren Sie den Graph der Funktion!

(04) 3.5 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die im I. Quadranten vollständig von der Kurve und der x-Achse eingeschlossen wird!

15BE 4. Gegeben sind die Matrizen: $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Lösen Sie die folgende Matrizengleichung

$$2X - 4C^{-1} = 3XA^{-1} + 5B$$

Wahlaufgaben

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

15BE 3. Gegeben Sie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(03) 3.1. Berechnen Sie das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{p}$ und den Betrag dieses Vektor $\vec{p}$!

(03) 3.2. Ermitteln Sie den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$!

Berechnen Sie nun den Betrag $|\vec{a} \times \vec{b}|$ nach

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = a \cdot b \cdot \sin \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b})!$$

(04) 3.3. Berechnen Sie das Volumen des Prismas, das durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{p}$ aufgespannt wird!

(05) 3.4 Ein Eckpunkt des Prismas sei $A\,(0;0;0)$.
Ermitteln Sie die Koordinaten der anderen Eckpunkte B, C, D, E, F, G, H !

15BE 4. Gegeben sind die Matrizen: $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Lösen Sie die folgende Matrizengleichung

$$2X - 4C^{-1} = 3XA^{-1} + 5B$$