

FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



Prüfung 2007

Nachtermin

Fachoberschule

Fach: Mathematik

Fachrichtung: Technik

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Arbeitszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Duden

Pflichtaufgaben

1. Gegeben ist die Funktion $y=f(x) = e^x (x^2-4x+4)$. **Summe: 25 BE**
- 1.1. Untersuchen Sie f auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie auf lokale Extrempunkte und Wendepunkte und geben Sie den Wertebereich von f an (auf den Nachweis der Wendepunkte kann verzichtet werden). **(10BE)**
- 1.2. Stellen Sie f im Intervall $[-6 ; 2,7]$ grafisch dar. **(2BE)**
- 1.3. $F(x)$ sei eine Stammfunktion von $f(x)$. Begründen Sie mit Hilfe der Rechnungen aus 1.1. , ob folgende Aussage wahr ist: „Der Graf von $F(x)$ hat genau zwei Wendepunkte.“ . **(2BE)**
- 1.4. Berechnen Sie die Fläche, die die Tangente t an f an der Stelle $x=1$ zusammen mit den Koordinatenachsen vollständig einschließt.
Welchen Winkel schließt die Tangente t mit der Geraden $y=x$ ein? **(6BE)**
- 1.5. Zeigen Sie, dass $F(x)=(x^2-6x+10)e^x +2007$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist. **(2BE)**
- 1.6. Berechnen Sie die Fläche, die vollständig vom Grafen von $f(x)$, der Abszissenachse und der Geraden $x= -2$ eingeschlossen wird. **(3BE)**
-
2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug.
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **Summe: 10 BE**
- 2.1. Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{(a^2-b^2)^{-1}}{(a+b)^{-1}}$ **(2BE)**
- 2.2. Berechnen Sie den Wert dieser Integrale.
Wenden Sie dabei Rechenregeln für bestimmte Integrale an.
$$\int_2^3 (2x-4x^2) dx - 4 \int_3^2 x^2 dx$$
 (3BE)
- 2.3. Gegeben ist die Funktion $y=g(x)=\frac{1}{(x^2-2x)^2}$. Berechnen Sie den Anstieg der Tangente an g an der Stelle $x_0 = -2$. **(3BE)**
- 2.4. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Funktionen $y=h(x)=(e^x)^2$ und $y=k(x)=2e^x$ **(2BE)**

Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

3. Gegeben sind die Funktionen $y=f(x) = x (\ln x - 1)$ und $g(x) = x - x \ln x$.

Summe: 15 BE

3.1. Geben Sie für beide Funktionen den Definitionsbereich an. **(1BE)**

3.2. Zeigen Sie, dass f keine Wendepunkte besitzt. **(3BE)**

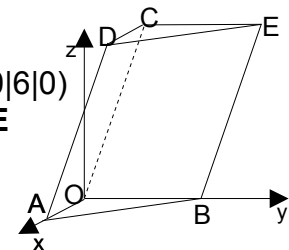
3.3. Übernehmen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie beide Funktionen in ein geeignetes Koordinatensystem. **(4BE)**

x	0,1	1	2	4	6
f(x)					
g(x)					

3.4. Berechnen Sie den Schnittpunkt beider Funktionen. **(2BE)**

3.5. An welcher Stelle der Abszissenachse im Intervall $[0,1 ; e]$ ist der senkrechte Abstand der Funktionswerte von f und g am größten? Berechnen Sie diesen Abstand? **(5BE)**

4. In einem kartesischen Koordinatensystem ist ein schiefes dreiseitiges Prisma durch die Punkte $O(0|0|0)$, $A(4|0|0)$, $B(0|6|0)$ und $D(4|2|8)$ gegeben. **Summe: 15 BE**



4.1. Geben Sie die Koordinaten der Punkte C und E an. **(2BE)**

4.2. M sei der Mittelpunkt der Kante \overline{DE} . Berechnen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel der Geraden $g(BM)$ und $h(AE)$. **(6BE)**

4.3. Die Gerade $g(BM)$ durchstößt die xz -Ebene in einem Punkt F . Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Punktes. **(3BE)**

4.4. Auf der y -Achse liegt ein Punkt G so, dass die Strecken \overline{AE} und \overline{EG} zueinander orthogonal sind. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes G . **(4BE)**