

FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



# Prüfung 2007

Nachtermin

Fachoberschule

**Fach: Mathematik**

**Fachrichtung: Technik**

## Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Arbeitszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Duden

## Pflichtaufgaben

1. Gegeben ist die Funktion  $y=f(x) = e^x (x^2-4x+4)$  . **Summe: 25 BE**
- 1.1. Untersuchen Sie  $f$  auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie auf lokale Extrempunkte und Wendepunkte und geben Sie den Wertebereich von  $f$  an (auf den Nachweis der Wendepunkte kann verzichtet werden). **(10BE)**
- 1.2. Stellen Sie  $f$  im Intervall  $[-6 ; 2,7]$  grafisch dar. **(2BE)**
- 1.3.  $F(x)$  sei eine Stammfunktion von  $f(x)$ . Begründen Sie mit Hilfe der Rechnungen aus 1.1. , ob folgende Aussage wahr ist: „Der Graf von  $F(x)$  hat genau zwei Wendepunkte.“ . **(2BE)**
- 1.4. Berechnen Sie die Fläche, die die Tangente  $t$  an  $f$  an der Stelle  $x=1$  zusammen mit den Koordinatenachsen vollständig einschließt.  
Welchen Winkel schließt die Tangente  $t$  mit der Geraden  $y=x$  ein? **(6BE)**
- 1.5. Zeigen Sie, dass  $F(x)=(x^2-6x+10)e^x +2007$  eine Stammfunktion von  $f(x)$  ist. **(2BE)**
- 1.6. Berechnen Sie die Fläche, die vollständig vom Grafen von  $f(x)$ , der Abszissenachse und der Geraden  $x= -2$  eingeschlossen wird. **(3BE)**
- 
2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug.  
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **Summe: 10 BE**
- 2.1. Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich:  $\frac{(a^2-b^2)^{-1}}{(a+b)^{-1}}$  **(2BE)**
- 2.2. Berechnen Sie den Wert dieser Integrale.  
Wenden Sie dabei Rechenregeln für bestimmte Integrale an.  
$$\int_2^3 (2x-4x^2) dx - 4 \int_3^2 x^2 dx$$
 **(3BE)**
- 2.3. Gegeben ist die Funktion  $y=g(x)=\frac{1}{(x^2-2x)^2}$  . Berechnen Sie den Anstieg der Tangente an  $g$  an der Stelle  $x_0 = -2$  . **(3BE)**
- 2.4. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Funktionen  $y=h(x)=(e^x)^2$  und  $y=k(x)=2e^x$  **(2BE)**

## Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

3. Gegeben sind die Funktionen  $y=f(x) = x (\ln x - 1)$  und  $g(x) = x - x \ln x$ .

**Summe: 15 BE**

3.1. Geben Sie für beide Funktionen den Definitionsbereich an. **(1BE)**

3.2. Zeigen Sie, dass  $f$  keine Wendepunkte besitzt. **(3BE)**

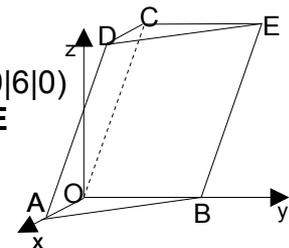
3.3. Übernehmen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie beide Funktionen in ein geeignetes Koordinatensystem. **(4BE)**

x	0,1	1	2	4	6
f(x)					
g(x)					

3.4. Berechnen Sie den Schnittpunkt beider Funktionen. **(2BE)**

3.5. An welcher Stelle der Abszissenachse im Intervall  $[0,1 ; e]$  ist der senkrechte Abstand der Funktionswerte von  $f$  und  $g$  am größten? Berechnen Sie diesen Abstand? **(5BE)**

4. In einem kartesischen Koordinatensystem ist ein schiefes dreiseitiges Prisma durch die Punkte  $O(0|0|0)$ ,  $A(4|0|0)$ ,  $B(0|6|0)$  und  $D(4|2|8)$  gegeben. **Summe: 15 BE**



4.1. Geben Sie die Koordinaten der Punkte C und E an. **(2BE)**

4.2.  $M$  sei der Mittelpunkt der Kante  $\overline{DE}$ . Berechnen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel der Geraden  $g(BM)$  und  $h(AE)$ . **(6BE)**

4.3. Die Gerade  $g(BM)$  durchstößt die  $xz$ -Ebene in einem Punkt  $F$ . Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Punktes. **(3BE)**

4.4. Auf der  $y$ -Achse liegt ein Punkt  $G$  so, dass die Strecken  $\overline{AE}$  und  $\overline{EG}$  zueinander orthogonal sind. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $G$ . **(4BE)**