



FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



Prüfung 2007

Fachoberschule

Fach: Mathematik

Fachrichtung: Technik

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Arbeitszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Duden

Pflichtaufgaben

1. **Summe: 25 BE**
- 1.1. Der Graf einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Achsenschnittpunkte $A(0|1)$ und $B(1|0)$. Die Tangente t im Punkt $C(-1|2)$, an den Grafen von f angelegt, hat den Anstieg $m=1$. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung. (Kontrollergebnis: $y = f(x) = x^3 - 2x + 1$) **(5BE)**
- 1.2. Berechnen Sie von der unter 1.1. angegebenen Funktion weitere Schnittpunkte mit der Abszissenachse. **(4BE)**
- 1.3. Untersuchen Sie f auf lokale Extrem- und Wendepunkte. **(6BE)**
- 1.4. Zeichnen Sie den Graf der Funktion f im Intervall $[-2 ; 2]$. **(2BE)**
- 1.5. Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente t aus 1.1. und zeichnen Sie diese ebenfalls in das obige Koordinatensystem ein. **(3BE)**
- 1.6. Berechnen Sie die Nullstelle der Tangente t und ihren Schnittwinkel mit der Ordinatenachse. **(2BE)**
- 1.7. Der Graf der Funktion f und die Koordinatenachsen begrenzen jeweils zwei Flächenstücke vollständig. Berechnen Sie den Inhalt der größeren Fläche. **(3BE)**
-
2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **Summe: 10 BE**
- 2.1. Diskutieren Sie die Anzahl gemeinsamer Punkte der quadratischen Funktion $y = h(x) = x^2 - x$ und der Funktionenschar $y_t = g_t(x) = x + t$, $t \in \mathbb{R}$ in Abhängigkeit vom Parameter t . **(4BE)**
- 2.2. Ermitteln Sie von der Funktion $y = k(x) = 2^x - \frac{1}{8}$ die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. **(3BE)**
- 2.3. Gegeben ist die Zahlenfolge $(a_n) = \left(\frac{n^2}{n+1} \right)$. Weisen Sie nach, dass die Zahlenfolge (a_n) monoton wachsend ist. **(3BE)**

Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

3. Gegeben ist die Funktion $y=f(x) = x(2 - \ln x)$, $x > 0$. **Summe: 15 BE**
- 3.1. Untersuchen Sie die Funktion f auf Nullstellen sowie lokale Extrempunkte. **(6BE)**
- 3.2. Stellen Sie die Funktion f im Intervall $[0,1 ; 9]$ grafisch dar. Berechnen Sie dazu 4 weitere Funktionswerte von f . **(3BE)**
- 3.3. Ein Dreieck OPQ mit O im Ursprung sowie $P(t|f(t))$ und $Q(t|0)$, $0 \leq t \leq e^2$, soll einen maximalen Flächeninhalt einschließen. Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten der Punkte P und Q sowie diesen maximalen Flächeninhalt. **(6BE)**
-
4. K sei ein Kantenmodell eines ebenflächig begrenzten Körpers mit den Eckpunkten $A(8|0|0)$, $B(0|6|0)$, $C(0|0|0)$, $D(8|0|2)$, $E(0|6|4)$ und $F(0|0|6)$. **Summe: 15 BE**
- 4.1. Stellen Sie den Körper K in einem dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem grafisch dar ($1LE \cong 1cm$). **(2BE)**
- 4.2. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenfläche $ABED$. **(3BE)**
- 4.3. M ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{DE} . In der xy -Ebene gibt es einen Punkt Q , der zusammen mit den Punkten M und F auf einer Geraden liegt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes Q ! **(3BE)**
- 4.4. Untersuchen Sie rechnerisch die Vektoren \overrightarrow{DE} , \overrightarrow{DF} und \overrightarrow{EF} auf Komplanarität und deuten Sie Ihr Ergebnis grafisch. **(4BE)**
- 4.5. Im Dreieck DEF bezeichnet der Punkt L den Fußpunkt der Höhe über der Strecke \overline{DE} . Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes L . **(3BE)**