



FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



# Prüfung 2007

## Fachoberschule

**Fach:** Mathematik

**Fachrichtung:** Technik

### Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

**Arbeitszeit:** 210 Minuten

**Hilfsmittel:** von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Duden

## Pflichtaufgaben

1. **Summe: 25 BE**
- 1.1. Der Graf einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Achsenschnittpunkte  $A(0|1)$  und  $B(1|0)$ . Die Tangente  $t$  im Punkt  $C(-1|2)$ , an den Grafen von  $f$  angelegt, hat den Anstieg  $m=1$ . Ermitteln Sie die Funktionsgleichung. (Kontrollergebnis:  $y = f(x) = x^3 - 2x + 1$ ) **(5BE)**
- 1.2. Berechnen Sie von der unter 1.1. angegebenen Funktion weitere Schnittpunkte mit der Abszissenachse. **(4BE)**
- 1.3. Untersuchen Sie  $f$  auf lokale Extrem- und Wendepunkte. **(6BE)**
- 1.4. Zeichnen Sie den Graf der Funktion  $f$  im Intervall  $[-2 ; 2]$ . **(2BE)**
- 1.5. Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente  $t$  aus 1.1. und zeichnen Sie diese ebenfalls in das obige Koordinatensystem ein. **(3BE)**
- 1.6. Berechnen Sie die Nullstelle der Tangente  $t$  und ihren Schnittwinkel mit der Ordinatenachse. **(2BE)**
- 1.7. Der Graf der Funktion  $f$  und die Koordinatenachsen begrenzen jeweils zwei Flächenstücke vollständig. Berechnen Sie den Inhalt der größeren Fläche. **(3BE)**
- 
2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **Summe: 10 BE**
- 2.1. Diskutieren Sie die Anzahl gemeinsamer Punkte der quadratischen Funktion  $y = h(x) = x^2 - x$  und der Funktionenschar  $y_t = g_t(x) = x + t$ ,  $t \in \mathbb{R}$  in Abhängigkeit vom Parameter  $t$ . **(4BE)**
- 2.2. Ermitteln Sie von der Funktion  $y = k(x) = 2^x - \frac{1}{8}$  die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. **(3BE)**
- 2.3. Gegeben ist die Zahlenfolge  $(a_n) = \left( \frac{n^2}{n+1} \right)$ . Weisen Sie nach, dass die Zahlenfolge  $(a_n)$  monoton wachsend ist. **(3BE)**

## Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

3. Gegeben ist die Funktion  $y=f(x) = x(2 - \ln x)$ ,  $x>0$ . **Summe: 15 BE**
- 3.1. Untersuchen Sie die Funktion  $f$  auf Nullstellen sowie lokale Extrempunkte. **(6BE)**
- 3.2. Stellen Sie die Funktion  $f$  im Intervall  $[0,1 ; 9]$  grafisch dar. Berechnen Sie dazu 4 weitere Funktionswerte von  $f$ . **(3BE)**
- 3.3. Ein Dreieck  $OPQ$  mit  $O$  im Ursprung sowie  $P(t|f(t))$  und  $Q(t|0)$ ,  $0 \leq t \leq e^2$ , soll einen maximalen Flächeninhalt einschließen. Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten der Punkte  $P$  und  $Q$  sowie diesen maximalen Flächeninhalt. **(6BE)**
- 
4.  $K$  sei ein Kantenmodell eines ebenflächig begrenzten Körpers mit den Eckpunkten  $A(8|0|0)$ ,  $B(0|6|0)$ ,  $C(0|0|0)$ ,  $D(8|0|2)$ ,  $E(0|6|4)$  und  $F(0|0|6)$ . **Summe: 15 BE**
- 4.1. Stellen Sie den Körper  $K$  in einem dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem grafisch dar ( $1LE \cong 1cm$ ). **(2BE)**
- 4.2. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Seitenfläche  $ABED$ . **(3BE)**
- 4.3.  $M$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{DE}$ . In der  $xy$ -Ebene gibt es einen Punkt  $Q$ , der zusammen mit den Punkten  $M$  und  $F$  auf einer Geraden liegt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $Q$ ! **(3BE)**
- 4.4. Untersuchen Sie rechnerisch die Vektoren  $\overrightarrow{DE}$ ,  $\overrightarrow{DF}$  und  $\overrightarrow{EF}$  auf Komplanarität und deuten Sie Ihr Ergebnis grafisch. **(4BE)**
- 4.5. Im Dreieck  $DEF$  bezeichnet der Punkt  $L$  den Fußpunkt der Höhe über der Strecke  $\overline{DE}$ . Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes  $L$ . **(3BE)**