



FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



Prüfung 2008

Fachoberschule

Fach: Mathematik

Fachrichtung: Technik

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Arbeitszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Duden

Pflichtaufgaben

1. Gegeben ist eine Funktion $f(x)$ durch die Gleichung $y=f(x)=\frac{1}{7}(x^4-18x^2+32)$.

Summe: 25 BE

- 1.1. Weisen Sie nach, dass der Graf von f gerade (achsensymmetrisch zur Ordinatenachse) ist! (2BE)
- 1.2. Untersuchen Sie den Grafen von f auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Geben Sie das Verhalten im Unendlichen an! Begründen Sie nur mit den bisherigen Ergebnissen ihre Vermutung zur Anzahl und Art möglicher lokaler Extrema von f ! (8BE)
- 1.3. Untersuchen Sie f auf lokale Extrem- und Wendepunkte! Geben Sie den Wertebereich von f an! (7BE)
- 1.4. Stellen Sie den Grafen von f in einem geeigneten Koordinatensystem dar! (2BE)
- 1.5. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Grafen von f an der Stelle $x=1$! Geben Sie nun die Gleichung der Tangente an den Grafen von f an der Stelle $x=-1$ an! (3BE)
- 1.6. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Flächenstücke, die der Graf von f und die Abszissenachse unterhalb der Abszissenachse vollständig einschließen! (3BE)

2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **Summe: 10 BE**

2.1. Gegeben sind die Funktionen $y_a = q_a(x) = 4x^2 + 6x + a$, $a \in \mathbb{R}$. Die Tangente an den Grafen von q_a im Berührungspunkt P sei $y = g(x) = 2x + 1$. Berechnen Sie a und P ! (3BE)

2.2. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{2a+a^2+1}{2a^2-2}$, $a \neq \pm 1$!
(3BE)

2.3. Zu einer arithmetischen Zahlenfolge (a_n) gehören die Glieder $a_4 = -20$ und $a_7 = 25$.

Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift von (a_n) !

Begründen Sie, ob 1405 ein Folgeglied der Zahlenfolge (a_n) ist! (4BE)

Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

3. Gegeben ist die Funktion f mit $y=f(x)=\frac{2x+3}{(x+2)^2}$. **Summe: 15 BE**

3.1. Geben Sie die Nullstelle und die Polstelle der Funktion f an! (2BE)

3.2. Untersuchen Sie den Grafen von f auf lokale Extrempunkte! (6BE)

3.3. Ermitteln Sie $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ und skizzieren Sie den Grafen von f im Intervall $[-5; 5]$! (3BE)

3.4. Für genau einen Wert von a ist $F_a(x)=\frac{a}{x+2}+2\ln(x+2)$, $a \in \mathbb{R}$, $x > -2$ eine Stammfunktion von f . Ermitteln Sie a ! (Kontrollergebnis: $a = 1$) (2BE)

3.5. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Grafen von f und den Koordinatenachsen vollständig eingeschlossen ist! (2BE)

4. Gegeben sind die Punkte $A(6|1|-1)$, $B(2|7|0)$, $C(5|8|6)$ und $D(9|2|5)$.

Summe: 15 BE

4.1. Zeigen Sie durch Rechnung, dass es sich bei dem Viereck ABCD um ein Rechteck handelt! (2BE)

4.2. Bestimmen Sie den Schnittpunkt M und den Schnittwinkel α der Diagonalen des Rechtecks ABCD! (4BE)

4.3. Ein Punkt S liegt so in der xz -Ebene, dass er zusammen mit der Grundfläche ABCD die Spitze einer geraden Pyramide bildet. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S !

(Kontrollergebnis: $S\left(-\frac{1}{3}|0|\frac{37}{6}\right)$)

Stellen Sie die Pyramide ABCDS in einem geeigneten kartesischen Koordinatensystem grafisch dar! (6BE)

4.4. Untersuchen Sie, ob mit $S\left(-\frac{1}{3}|0|\frac{37}{6}\right)$ die Vektoren \overrightarrow{SD} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{SB} linear abhängig (komplanar) sind! (3BE)