



FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



# Prüfung 2008

## Fachoberschule

und

## Ergänzungsprüfung FH-Reife

**Fach:                      Mathematik**

**Fachrichtung:        Wirtschaft**

### **Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer**

**Arbeitszeit:**            210 Minuten

**Hilfsmittel:**            von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Duden

## Pflichtaufgaben

1. Gegeben ist eine Funktion  $f(x)$  durch die Gleichung  $y=f(x)=\frac{1}{7}(x^4-18x^2+32)$  .

**Summe: 25 BE**

- 1.1. Weisen Sie nach, dass der Graf von  $f$  gerade (achsensymmetrisch zur Ordinatenachse) ist! (2BE)
- 1.2. Untersuchen Sie den Grafen von  $f$  auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Geben Sie das Verhalten im Unendlichen an! Begründen Sie nur mit den bisherigen Ergebnissen ihre Vermutung zur Anzahl und Art möglicher lokaler Extrema von  $f$ ! (8BE)
- 1.3. Untersuchen Sie  $f$  auf lokale Extrem- und Wendepunkte! Geben Sie den Wertebereich von  $f$  an! (7BE)
- 1.4. Stellen Sie den Grafen von  $f$  in einem geeigneten Koordinatensystem dar! (2BE)
- 1.5. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Grafen von  $f$  an der Stelle  $x=1$ ! Geben Sie nun die Gleichung der Tangente an den Grafen von  $f$  an der Stelle  $x=-1$  an! (3BE)
- 1.6. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Flächenstücke, die der Graf von  $f$  und die Abszissenachse unterhalb der Abszissenachse vollständig einschließen! (3BE)

2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **Summe: 10 BE**

2.1. Gegeben sind die Funktionen  $y_a = q_a(x) = 4x^2 + 6x + a$  ,  $a \in \mathbb{R}$ . Die Tangente an den Grafen von  $q_a$  im Berührungspunkt  $P$  sei  $y = g(x) = 2x + 1$  . Berechnen Sie  $a$  und  $P$ ! (3BE)

2.2. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich:  $\frac{2a+a^2+1}{2a^2-2}$  ,  $a \neq \pm 1$  ! (3BE)

2.3. Zu einer arithmetischen Zahlenfolge  $(a_n)$  gehören die Glieder  $a_4 = -20$  und  $a_7 = 25$ . Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift von  $(a_n)$ ! Begründen Sie, ob 1405 ein Folgeglied der Zahlenfolge  $(a_n)$  ist! (4BE)

## Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung beider Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höhere Punktzahl erreicht wurde.

3. Die Funktionenschar  $f_t$  ist gegeben durch  $y=f_t(x)=(2-x)e^{tx}$ ;  $x, t \in \mathbb{R}, t > 0$ .  
Die zugehörige Grafenschar sei  $G_t$ .

Für jedes  $t > 0$  hat der zugehörige Graf ein lokales Maximum bei  $P_{\max}\left(\frac{2t-1}{t} \mid \frac{e^{2t-1}}{t}\right)$ .

**Summe: 15 BE**

- 3.1. Ermitteln Sie für  $G_1$  die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen! (2BE)

- 3.2. Zeichnen Sie  $G_1$  im Intervall  $-3 \leq x \leq 2$  (1LE  $\hat{=}$  1cm)! (2BE)

- 3.3. Zeigen Sie:  $F_1$  mit  $F_1(x)=(3-x)e^x$  ist eine Stammfunktion von  $f_1$ ! (2BE)

- 3.4. Berechnen Sie den Flächeninhalt, der vom Grafen von  $G_1$  und der Geraden mit der Gleichung  $y = -x+2$  vollständig begrenzt wird! (3BE)

- 3.5. Die Gerade mit der Gleichung  $x = a$ ,  $0 \leq a \leq 2$ , schneidet die Abszissenachse in A und den Grafen von  $G_1$  in B.

Die Parallele zur Abszissenachse durch B schneidet die Ordinatenachse in C.  
Der Koordinatenursprung und die Punkte A, B und C sind somit die Eckpunkte eines Rechtecks.

Für welchen Wert von a wird der Flächeninhalt des beschriebenen Rechtecks am größten? (6BE)

4. Die Aufgaben 4.1 und 4.2. sind voneinander unabhängig zu lösen. **Summe: 15BE**

- 4.1. Eine Rente  $r_1$  in Höhe von 700€ , die 10 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres bei  $p=5\%$  geleistet werden sollte, wird in eine nachschüssige Rente mit einer Laufzeit von 8 Jahren bei einem Zinsfuß von nun 6,5% umgewandelt.

Berechnen Sie die neue Rente  $r_2$  ! (3BE)

- 4.2. Ein Unternehmen benötigt zum Bau einer neuen Lagerhalle 114.000€ Bargeld.

Dazu wird ein Annuitätendarlehen zu folgenden Konditionen aufgenommen:

Auszahlungsbetrag : 95% (5% Abzug der Bank für Bearbeitung und Gebühren)

Zinsfuß : 10%

Tilgung : 5%

- 4.2.1. Wie groß ist die Annuität ? (2BE)

- 4.2.2. Berechnen Sie die Laufzeit des Darlehens!

Ermitteln Sie den Betrag, der vom Unternehmen während der gesamten Laufzeit an die Bank gezahlt wurde! (4BE)

- 4.2.3. Wie lauten die ersten beiden Zeilen und die letzten beiden Zeilen des Tilgungsplanes? (3BE)

- 4.2.4. Das Unternehmen nutzt am Anfang der Laufzeit das Angebot der Bank für 3 tilgungsfreie Jahre. Wie groß ist nun die Annuität, wenn das Darlehen trotzdem die gleiche Laufzeit behalten soll? (3BE)