



FREISTAAT THÜRINGEN

Kultusministerium



# Prüfung 2009

## Fachoberschule

**Fach:** Mathematik

**Fachrichtung:** Technik  
Wirtschaft und Verwaltung  
Gesundheit und Soziales

### Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

**Arbeitszeit:** 210 Minuten

**Hilfsmittel:** von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Duden

## Pflichtaufgaben

**25BE** 1. Gegeben ist eine Funktion  $f(x)$  durch die Gleichung

$$y = f(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 - 9x + 11) \quad .$$

- 5BE 1.1 Berechnen Sie die vier Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen!
- 6BE 1.2 Untersuchen Sie  $f$  auf lokale Extrem- und Wendepunkte!
- 2BE 1.3 Stellen Sie den Grafen von  $f$  in einem geeigneten Koordinatensystem dar!
- 2BE 1.4 Begründen Sie ohne weitere Rechnung eine Eigenschaft aller Stammfunktionen  $F(x)$  von  $f(x)$ !
- 5BE 1.5 Die Tangente  $t(x)$  an den Grafen von  $f$  an der Stelle  $x_t = 2$  schließt zusammen mit den Koordinatenachsen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie diesen Flächeninhalt!
- 5BE 1.6 Die Ordinatenachse ( $y$ -Achse) teilt eine Fläche, die vom Grafen von  $f$  und der Abszissenachse vollständig begrenzt wird, in zwei Teilflächen. Berechnen Sie das Verhältnis dieser beiden Teilflächen!

**10BE** 2. Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

- 2BE 2.1 Bestimmen Sie die Stammfunktion  $H(x)$  von  $h(x) = 3x^2 - 4$ , deren Graf durch den Punkt  $P\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{7}{8}\right)$  verläuft!
- 2BE 2.2 Herr M. sagt: „Die Funktion  $y = k(x) = \sqrt{\frac{1}{1-x^2}}$  hat den Definitionsbereich  $D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\}$ .“ .  
Prüfen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage und begründen Sie ihre Entscheidung!
- 3BE 2.3 Nennen Sie je eine Gemeinsamkeit und einen Unterschied aller Grafen der Funktionenschar  $y_a = g_a(x) = (a + 1)x + 1$ ,  $a \in \mathbb{R}$ !  
Geben Sie ein  $a$  an, bei dem der Winkel vom Grafen von  $g$  zur Abszissenachse  $\beta = 45^\circ$  beträgt!
- 3BE 2.4 Geben Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer monoton wachsenden Zahlenfolge  $(b_n)$  an, die als untere Grenze  $G_u = 2$  und als obere Grenze  $G_o = 5$  besitzt!

## Wahlaufgaben:

Von diesen Aufgaben ist eine auszuwählen und zu lösen. Bei Bearbeitung mehrerer Aufgaben wird die Lösung gewertet, für die die höchste Punktzahl erreicht wurde.

**15BE** 3. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $y=f(x)=(-x^2+2x)e^{\frac{1}{2}x}$ .

- 2BE 3.1 Ermitteln Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen von  $f$ !
- 3BE 3.2 Zeichnen Sie den Grafen von  $f$  mit Hilfe einer Wertetabelle im Intervall  $I[-3,5 ; 2,5]$ ! Dabei sind als Hochpunkt  $P_{\text{Max}}(1,24|1,75)$  und als Tiefpunkt  $P_{\text{Min}}(-3,24 ; -3,36)$  zu verwenden.
- 4BE 3.3 Weisen Sie nach, dass die Funktion  $F(x)=(-2x^2+12x-24)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist, und berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Grafen von  $f$  und der Abszissenachse vollständig begrenzt wird!
- 6BE 3.4 Der Koordinatenursprung  $O$ , der Punkt  $B(x_B | f(x_B))$  mit  $0 < x_B < 2$  und der Punkt  $A(x_B | 0)$  bilden ein Dreieck  $OAB$ . Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $B$  so, dass der Flächeninhalt  $A$  des Dreiecks  $OAB$  maximal wird!

### **15BE** 4. Statistik

- 4.1 Von zufällig ausgewählten Personen wird der IQ ermittelt. Die folgende Tabelle gibt die IQ – Verteilung an:

IQ	70	80	90	100	110	120	130	140
Anzahl der Personen	15	20	364	735	412	351	102	1

- 2BE 4.1.1 Ermitteln Sie die relativen prozentualen Häufigkeiten!
- 3BE 4.1.2 Nehmen Sie eine geeignete Klasseneinteilung der Daten vor und stellen Sie diese in einem Histogramm dar!

- 4.2 Bei einem Autohändler kann man eine Übersicht über die elf meistverkauften Fahrzeuge einsehen. Enthalten sind in ihr auch die Listenpreise (in Euro) :

16998	11300	17239	18099	9975	55250	20919	15398	15400	12200	10900
-------	-------	-------	-------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- 6BE 4.2.1 Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median (Zentralwert) und die Standardabweichung der Listenpreise!
- 2BE 4.2.2 Begründen Sie, welcher der beiden berechneten Mittelwerte für die Auswertung dieser Statistik aussagekräftig ist!
- 2BE 4.2.3 Welche Auswirkung hat eine Preissenkung des billigsten Autos auf arithmetisches Mittel, Median und Standardabweichung?

**15BE 5. Analytische Geometrie und Vektorrechnung**

In einem dreidimensionalen Koordinatensystem sind die Eckpunkte eines Würfels ABCDEFGH durch  $A(3|2|0)$ ,  $B(7|5|0)$ ,  $C(4|9|0)$  und  $G(4|9|5)$

gegeben. Die Gerade h ist durch die Gleichung  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$  bestimmt.

- 5BE 5.1 Ermitteln Sie die fehlenden Eckpunkte des Würfels und zeichnen Sie sein Bild in ein dreidimensionales Koordinatensystem ein!
- 3BE 5.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Vektoren  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BC}$  und  $\vec{CG}$  den gleichen Betrag haben und paarweise orthogonal zueinander sind!
- 3BE 5.3 Die Gerade h durchstößt im Punkt T eine zur Grund- und Deckfläche des Würfels parallele Fläche, welche genau in der Mitte zwischen beiden liegt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes T!
- 4BE 5.4 Auf der Kante  $\vec{CG}$  liegt ein Punkt K mit  $K(4|9|1)$ , auf der Kante  $\vec{DH}$  ein weiterer Punkt R mit  $R(0|6|1)$ . Zeichnen Sie beide Punkte in die Darstellung aus Aufgabe 5.1. ein und ermitteln Sie dann das Verhältnis der Volumina des Würfels und des entstandenen Prismas ABCDKR!

**15BE 6. Finanzmathematik**

Die folgenden 3 Aufgabenteile sind voneinander unabhängig zu lösen.

- 4BE 6.1 Herr S. sagt: „Bei meiner Bank verdoppelt sich das mit Zinseszins als Festgeld angelegte Startkapital nach 15 Jahren.“ Darauf entgegnet Herr D.: „So kann man das gar nicht sagen, denn 1. kommt es auf die Höhe des Startkapitals an und 2. wäre der dafür zu vereinbarende Zinssatz unrealistisch hoch.“  
Begründen Sie durch Rechnung, welche der 3 Aussagen wahr sind!
- 6.2 Frau A. möchte gern die ersten 13 Jahre ihres Ruhestandes von einem Rentenkonto eine jährliche Rente von  $r_2 = 4\,115,01$  € nachschüssig beziehen, welches dann gelöscht (aufgebraucht) ist. Für die Ein- und Auszahlungsphase des Rentenkontos wurde ein Zinssatz von 5,1% ausgehandelt.
- 4BE 6.2.1 Welche Rente  $r_1$  muss sie dazu die letzten 11 Arbeitsjahre jährlich nachschüssig in das Rentenkonto einzahlen, damit ihre Finanzplanung erfolgreich wird?
- 1BE 6.2.2 Durch welche Einmalzahlung am Anfang dieser 11 Jahre würde sie dasselbe Ergebnis erzielen?
- 6.3 Ein Kleinunternehmer erhält zur Firmengründung ein Annuitätendarlehen von 70 000 €, das bei einem Zinssatz von 5,23% mit einer Annuität von  $A = 8\,000$  € abgezahlt werden soll.
- 3BE 6.3.1 Nach wieviel Jahren ist der Unternehmer schuldenfrei?
- 3BE 6.3.2 Ab welchem Jahr wird die Tilgung größer als 6 000 € ?