Freistaat Thüringen
Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur

Prüfung 2010

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	**Mathematik**
Fachrichtungen:	**Ernährung und Hauswirtschaft** **Gestaltung, Technik** **Gesundheit und Soziales** **Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit:	210 Minuten
Hilfsmittel:	von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung; Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig); Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

$\boxed{25BE}$ 1 Gegeben ist eine Funktion f(x) durch die Gleichung

$$y=f(x)=\frac{1}{8}x^4-\frac{9}{4}x^2+4 \quad .$$

2BE 1.1 Geben Sie das Symmetrieverhalten der Funktion f(x) an! Begründen Sie Ihre Aussage!

8BE 1.2 Skizzieren Sie den prinzipiellen Funktionsverlauf der Funktion f(x)! Berechnen Sie die dazu notwendigen Punkte exakt! Wie lautet der Wertebereich der Funktion?

3BE 1.3 Die Tangente t liegt im Punkt P(-1 | f(-1)) am Grafen der Funktion f(x) an. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente t!

4BE 1.4 Diskutieren Sie folgende Aussagen für $y = f_{a_o}(x) = \frac{1}{8}x^4-\frac{9}{4}x^2+a_o$:

1.4.1 „Wird das absolute Glied a_o der Funktionsgleichung geändert, bleibt die Form der Grafen von $f_{a_o}(x)$ erhalten."

1.4.2 „Die Funktionen haben genau dann zwei Nullstellen, wenn $a_o < 0$ gilt."

3BE 1.5 Ermitteln Sie die Fläche, die vom Graf der Funktion f(x) und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen wird!

5BE 1.6 Der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD mit A(-t | 0), B(t | 0), C(t | f(t)), D(-t | f(-t)) und $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ soll möglichst groß sein. Ermitteln Sie die Koordinaten der Eckpunkte!

$\boxed{10BE}$ 2 Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug.
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

4BE 2.1 Geben Sie die Lösungsmenge L_R der folgenden Wurzelgleichung an:
$\sqrt{x+9} = 2x-10$!

2BE 2.2 Prüfen Sie den Wahrheitsgehalt der folgenden Aussage!
Begründen Sie Ihre Entscheidung!
„Der Wertebereich der Funktion
$y = g(x) = \sqrt{4-x^2}$ lautet $W_g = \{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 2\}$."

2BE 2.3 Geben Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer geometrischen Zahlenfolge an, die monoton fallend und konvergent ist (einen Grenzwert besitzt)!

2BE 2.4 Bilden Sie die 1. Ableitung von $y = h(x) = e^{\frac{1}{2}\cdot x}\cdot(x^2 + 2x)$

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

15BE 3 Funktionen

Gegeben ist die Funktionenschar $y = f_t(x) = \frac{t^2}{x^2+t}$, $x, t \in \mathbb{R}, t > 0$.

5BE 3.1 Berechnen Sie den lokalen Extrempunkt in Abhängigkeit von t!
Weisen Sie die Art des Extremums nach!
Geben Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen an!

5BE 3.2 Untersuchen Sie f_3 auf Unstetigkeitsstellen und Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen!
Skizzieren Sie den Grafen von f_3 im Intervall I [-6 ; 6] !

5BE 3.3 P(x | f_3(x)) ist ein Punkt der gezeichneten Funktion im I.Quadranten. Die Parallele zur Ordinatenachse durch P schneidet die Abszissenachse im Punkt Q.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P für den Fall, dass der Flächeninhalt des Dreiecks OPQ maximal wird! (Auf den Nachweis für das globale Maximum kann verzichtet werden.)

15BE 4 Statistik

4.1 Bei der Befragung von 200 Fahrgästen ergab sich für die Länge ihres Reiseweges die nachstehende klassifizierte Häufigkeitsverteilung:

Reiseweg s in km	$0 < s \le 1$	$1 < s \le 2$	$2 < s \le 3$	$3 < s \le 5$	$5 < s \le 7$	$7 < s \le 10$	$10 < s \le 15$
Anzahl der Fahrgäste	6	24	48	70	24	18	10

2BE 4.1.1 Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem Histogramm dar!
4BE 4.1.2 Ermitteln Sie die Standardabweichung s für die Häufigkeitsverteilung!
1BE 4.1.3 Wie viel Prozent der Reisegäste geben eine Reiselänge über 5km an?

4.2 In der folgenden Tabelle werden die absoluten Bevölkerungszahlen und die Bevölkerungsdichte in 3 amerikanischen Ländern im Jahre 1997 angegeben:

Land	USA	Mexiko	Kanada
Einwohner in Mio	268	94	30
Einwohner je km²	27	48	3

1BE 4.2.1 Wie viele Menschen lebten 1997 in den 3 genannten Ländern durchschnittlich auf einem Quadratkilometer?

3BE 4.2.2 Im Jahre 2010 wird in Mexiko eine Bevölkerung von 120 Mio. Menschen erwartet. Wie hoch wäre dann die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate der Bevölkerung?

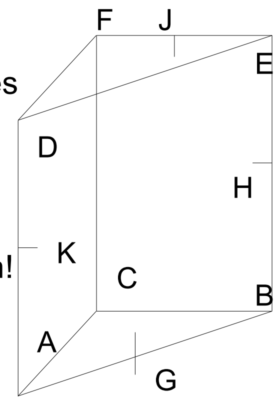
4.3 In einem Betrieb soll das Durchschnittsalter der 25 Mitarbeiter ermittelt werden. Dabei liegen die folgenden Altersangaben vor:

18, 63, 42, 40, 35,   25, 43, 39, 57, 23,   44, 27, 29, 46, 56,   29, 42, 19, 55, 61, 31, 27, 41, 50, 54 .

2BE 4.3.1 Fassen Sie die Merkmalsausprägung zu folgenden Klassen zusammen:
[18-20 [; [20-30 [; [30-40 [; [40-50 [; [50-60 [; [60-65] !
Stellen Sie dazu eine Tabelle auf, die die Klassenmitten und die absoluten Häufigkeiten enthält!

2BE 4.3.2 Berechnen sie das Durchschnittsalter der Mitarbeiter über die Einzeldaten und über das klassifizierte Datenmaterial!
Warum weichen die ermittelten Werte voneinander ab?

15BE **5 Vektorrechnung**



In einem kartesischen Koordinatensystem ist ein gerades dreiseitiges Prisma mit folgenden Eckpunkten gegeben: A(3 | 0 | 0), B(0 | 4 | 0), C(0 | 0 | 0), D(3 | 0 | 5), E(0 | 4 | 5) und F(0 | 0 | 5). G, H, J und K sind die Mittelpunkte der jeweiligen Kanten (siehe Skizze).

2BE 5.1 Geben Sie die Koordinaten der Punkte G, H, J und K an!

4BE 5.2 Weisen Sie nach, dass sich die Geraden g(AH) und h(BD) schneiden!
Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S an!

3BE 5.3 Prüfen Sie, ob das Dreieck ABC rechtwinklig ist!
Berechnen Sie das Volumen des Prismas!

2BE 5.4 Verändern Sie die Koordinaten einiger Punkte so, dass sich das Volumen des Prismas verdoppelt!

4BE 5.5 Alle Ursprungsgeraden g_t verlaufen durch den Punkt P(t | 3 | 1), $t \in \mathbb{R}$.
Geben Sie eine zugehörige Vektorgleichung an!
Bestimmen Sie alle Werte für den Parameter t so, dass g_t die Abszissenachse unter dem Winkel 60° schneidet!

15BE **6 Finanzmathematik**

6.1 Herr Pfiffig benötigt für neue Maschinen genau 1 600 000 €.

4BE 6.1.1 Er hat dazu bereits die Hälfte angespart und möchte für den Rest einen Kredit aufnehmen.
Die Bank A bietet ihm einen Zinssatz von p_A = 4,6 % bei einer erwarteten Annuität von 75 004,06 € an.
Berechnen Sie, nach wie viel Jahren der Kredit getilgt wäre?

2BE 6.1.2 Die Bank B schlägt Herrn Pfiffig vor, für die gesamte benötigte Summe einen Kredit zu nehmen. Für diesen soll er 15 Jahre lang **nur** die jährlich anfallenden Zinsen von p_B = 4,68 % bezahlen. Das bereits angesparte Vermögen sollte er lieber während dieser Zeit mit einem Zinseszins p_1 anlegen, um dann die komplette Schuld zu tilgen.
Berechnen Sie für diesen Fall p_1 !

3BE 6.1.3 Begründen Sie mithilfe geeigneter Rechnungen, bei welcher Bank Herr Pfiffig den Kreditvertrag unterschreiben sollte!

6.2 Für seine private Altersvorsorge möchte Herr Pfiffig jährlich nachschüssig t Jahre lang eine Rente R_1 in ein mit p = 4,73 % verzinstes Rentenkonto einzahlen. Danach möchte er sich bis zum Erlöschen dieses Rentenkontos genau t Jahre die doppelte Rente auszahlen lassen.

3BE 6.2.1 Berechnen Sie t für eine selbstgewählte Rente R_1 , damit das Vorhaben gelingen kann!

3BE 6.2.2 Untersuchen Sie, ob die Höhe der Rente R_1 auf die Anzahl der Jahre Einfluss hat!