

# Prüfung 2011

Nachtermin

**Fachoberschule**

<b>Fach:</b>	<b>Mathematik</b>
<b>Fachrichtungen:</b>	<b>Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung</b>

## **Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer**

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

## Pflichtaufgaben

- 1 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $y = f(x) = e^{-x}(4x^2 - 8x + 4)$  . **25BE**
- 1.1 Geben Sie das Verhalten im Unendlichen an! 2BE
- 1.2 Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen! 3BE
- 1.3 Untersuchen Sie die Funktion  $f$  auf lokale Extrempunkte!  
Geben Sie den Wertebereich an! 7BE
- 1.4 Begründen Sie ohne weitere Rechnungen die Anzahl und die Lage der  
Wendestellen von  $f$ ! 4BE
- 1.5 Zeichnen Sie den Grafen von  $f$  in einem geeigneten Intervall! 2BE
- 1.6 Die quadratische Funktion  $y = q(x) = ax^2 + bx + c$  soll als Näherungsfunktion  
von  $f$  im Intervall  $I [ 0 ; 1 ]$  eingesetzt werden. 4BE  
Der Graf von  $q$  stimmt dafür in den Schnittpunkten mit den  
Koordinatenachsen und im Anstieg an der Stelle  $x_0 = 1$  mit dem Grafen  
von  $f$  überein.  
Berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $q$ !
- 1.7  $F(x) = e^{-x}(-4x^2 - 4) + 2011$  sei eine Stammfunktion von  $f$ . 3BE  
Berechnen Sie das folgende uneigentliche Integral :  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t f(x) dx$  !  
Interpretieren Sie Ihr Ergebnis!
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgabe besitzen untereinander keinen Bezug. **10BE**  
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.
- 2.1 Faktorisieren Sie (Schreiben Sie als Produkt) ! 2BE  
 $(-a - 1)(a - 1) - (a^2 - 1)$
- 2.2 Gegeben ist die Funktion  $y = f(x) = \ln(x^2 - 4)$  .  
2.2.1 Geben Sie den Definitionsbereich an! 2BE  
2.2.2 Die Tangente an  $f(x)$  an der Stelle  $x_0 = -4$  bildet zusammen mit  
der Abszissenachse den Winkel  $\beta$ . 3BE  
Berechnen Sie den Winkel  $\beta$ !
- 2.3 „Die Zahlenfolge  $(a_n) = \left( \frac{n^t}{3n^2} \right)$ ,  $t \in \mathbb{N}$  , ist divergent (besitzt keinen  
Grenzwert) .“ 3BE  
Diskutieren Sie in Abhängigkeit vom Parameter  $t$  den Wahrheitswert  
dieser Aussage!

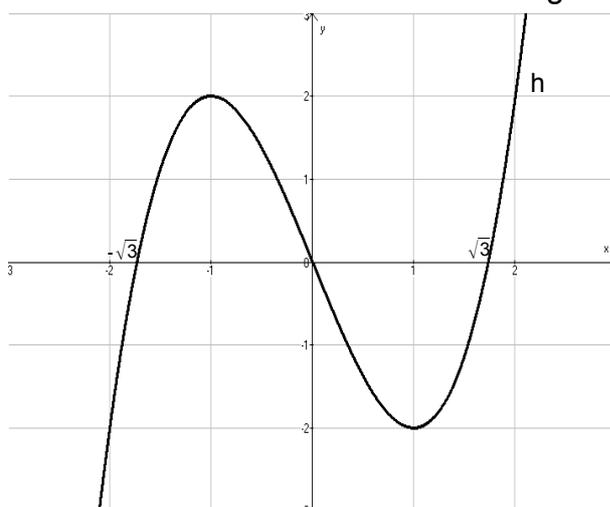
## Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

### 3 Funktionen 15BE

Die Funktion  $h(x)$  ist eine Funktion 3. Grades. Der abgebildete Funktionsverlauf kennzeichnet die wichtigsten Punkte und Eigenschaften von  $h(x)$ .

Es gilt:  $h(x) = f'(x)$ .



3.1 Rekonstruieren Sie die Funktionsgleichung von  $h(x)$ !

(Kontrollergebnis:  $y = h(x) = x^3 - 3x$ ) 3BE

3.2 Schließen Sie aus dem Funktionsverlauf von  $h(x)$  ohne weitere Rechnung auf die Monotonie und zwei weitere Eigenschaften jeder möglichen Funktion  $f(x)$ ! Begründen Sie Ihre Aussagen! 6BE

3.3 Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Funktion  $f(x)$ , die eine Nullstelle bei  $x_0 = -1$  besitzt! 2BE

3.4 Eine Tangente berührt die Funktion  $f(x)$  aus Aufgabe 3.3 bei  $x_0 = -1$ . Sie begrenzt zusammen mit der Ordinatenachse und der Funktion  $f(x)$  eine Fläche. Berechnen Sie deren Flächeninhalt! 4BE

### 4 Statistik 15BE

4.1 Für die Befragung einer Zielgruppe bezüglich ihrer Religionszugehörigkeit wurden folgende Ergebnismengen  $E_1$  und  $E_2$  vorgegeben: 4BE

$E_1 = \{\text{katholisch, evangelisch, jüdisch, muslimisch, christlich, andere, keine}\}$

$E_2 = \{\text{muslimisch, hinduistisch, evangelisch, katholisch, jüdisch, keine}\}$

Begründen Sie Ihre jeweiligen Korrekturen, damit die Ergebnismengen zur Befragung genutzt werden könnten!

4.2 In einem Betrieb arbeiten 2 Drehautomaten A und B parallel. Aus der laufenden Produktion wurden jeweils rotationssymmetrische Teile entnommen. Sie sollen einen Durchmesser von  $d = 115$  mm aufweisen. 11BE

Tatsächlich wurden folgende Werte gemessen:

$x_i$ in mm	114,65	114,7	114,75	114,8	114,85	114,9	114,95	115	115,05	115,1	115,15	115,2
A: $H(x_i)$	3	2	3	0	2	0	20	42	20	3	2	3
B: $H(x_i)$	2	2	3	1	2	1	19	42	21	3	1	3

Begründen Sie durch Berechnungen geeigneter statistischer Streuungsparameter, welcher Automat genauer arbeitet!

## 5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15BE

Die Gerade g mit dem Richtungsvektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  verläuft durch

$$A\left(\frac{7}{2} \mid -5 \mid -2\right) \text{ und } F(-1 \mid -2 \mid 1).$$

Auf der Geraden h liegen die Punkte  $B(2 \mid 2 \mid -1)$  und  $C(3 \mid 4 \mid -4)$ .

- 5.1 Weisen Sie nach, dass die Geraden g und h windschief zueinander liegen! 5BE
- 5.2 Ermitteln Sie die Spurpunkte (Durchstoßpunkte) G und H der Geraden g und h mit der xz - Ebene! 4BE  
Veranschaulichen Sie die Punkte und Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem!
- 5.3 Vom Punkt F auf der Geraden g verbindet eine zu g senkrechte Strecke die Geraden g und h. Berechnen Sie den Punkt P auf h! Weisen Sie nach, dass die Streckenlänge 3 Einheiten beträgt! 4BE
- 5.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks FGH! 2BE

## 6 Finanzmathematik

15BE

Frau Nachrück hat bei ihrem mit 5 % verzinsten Annuitätendarlehen nach 8 Jahren noch eine Restschuld von 34 404,75 € offen. Sie zahlt pro Jahr eine Annuität von  $A = 9\,600$  €.

- 6.1 Berechnen Sie, wie viel % der Annuität A im ersten Jahr der Rückzahlung des Kredites als Tilgung eingesetzt sind! 4BE
- 6.2 Nach wie viel Jahren ist der Kredit getilgt? 3BE
- 6.3 Berechnen Sie die Menge aller gezahlten Zinsen dieses Vertrages! 3BE
- 6.4 Nach 5 Jahren der Rückzahlung möchte Frau Nachrück die Tilgung 3 Jahre aussetzen, also nur die anfallenden Zinsen zahlen. Berechnen Sie die neue Annuität  $A^*$  nach dem 8. Jahr, damit das Darlehen bei sonst gleichen Bedingungen nach 12 Jahren zurückgezahlt wird! 5BE