

Prüfung 2012

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Eine Funktion f ist gegeben durch die Gleichung $y=f(x)=e^x \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{3}{2} \cdot x\right)$. **25BE**
- 1.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Grafen von f mit den Koordinatenachsen. 3 BE
- 1.2 Geben Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen an. 2 BE
- 1.3 Untersuchen Sie f auf lokale Extrempunkte. 5 BE
- 1.4 Begründen Sie ohne weitere Rechnung die Anzahl und die Lage möglicher Wendepunkte. 4 BE
- 1.5 Skizzieren Sie den Grafen von f in einem geeigneten Intervall. 2 BE
- 1.6 $F(x)=e^x \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2} \cdot x + \frac{5}{2}\right) + 2012$ ist eine Stammfunktion von f . 2 BE
Berechnen Sie die Fläche, die vom Grafen von f und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen wird.
- 1.7 Begründen Sie den Wahrheitswert folgender Aussage: „Der Graf von f schneidet die Ordinatenachse unter einem Winkel von 45° .“ 2 BE
- 1.8 Die Punkte $P(p | f(p))$ und $Q(p | 0)$ mit $0 \leq p \leq 3$ bilden zusammen mit dem Koordinatenursprung O das Dreieck OPQ . Der Flächeninhalt des Dreiecks OPQ soll maximal werden. 5 BE
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P für diesen Fall.
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10BE**
- 2.1 Der Graf einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berührt die Abszissenachse im Koordinatenursprung und hat im Punkt $P(3 | 0)$ den Anstieg $m = 9$. 5 BE
Berechnen Sie die Funktionsgleichung.
- 2.2 Eine monoton fallende Zahlenfolge (a_n) konvergiert gegen $g = -2$. 2 BE
Geben Sie eine mögliche explizite Zuordnungsvorschrift von (a_n) an.
- 2.3 Vereinfachen Sie den Term $\frac{(x^3 - 8x^2 + 16x) \cdot (x^3 \cdot y)^2}{(x^{-7} \cdot y^{-2})^{-1} \cdot (2x - 8)}$ so weit wie möglich. 3 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15BE

Gegeben ist die Funktion $y=f(x)=\frac{x-1}{2x+1}$.

- 3.1 Geben Sie das Verhalten im Unendlichen, die Nullstelle, die Polstelle und die Asymptoten des Grafen von f an. 4 BE
- 3.2 Weisen Sie nach, dass kein lokales Extremum vorliegt. 2 BE
- 3.3 Skizzieren Sie den Grafen von f im Intervall $I [-5 ; 5]$. 2 BE
- 3.4 Zeigen Sie, dass $F(x)=\frac{1}{2}\cdot x-\frac{3}{4}\cdot \ln|2x+1|$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist. 3 BE
- 3.5 Der Graf von f und die Abszissenachse sowie die Gerade $x = 4$ begrenzen im ersten Quadranten eine Fläche vollständig. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. 2 BE
- 3.6 Gegeben ist die Funktionenschar $y = g_t(x) = f(x)+t$, $t \in \mathbb{R}$.
Geben Sie für folgende Fälle die Bedingung für t an:
3.6.1 Der Graf von g_t besitzt keine Nullstelle.
3.6.2 Der Graf von g_t schneidet die Ordinatenachse im positiven Bereich. 2 BE

4 Finanzmathematik

15BE

Familie Tee möchte ein Haus im Wert von 150 000 € erwerben.

- 4.1 Herr Tee hat 9 Jahre lang ein Startkapital K_0 mit Zinseszins angelegt, und daraus $K_9 = 45\,000$ € erhalten, welches zum Kauf des Hauses genutzt wird. Dabei änderte sich der Zinssatz nach 4 Jahren von zuerst 2,9 % auf dann 3,9 %.
Berechnen Sie das Startkapital.
Begründen Sie ohne weitere Rechnung, wie sich bei gleichem Endkapitalziel das Startkapital ändern würde, wenn die Anlage ohne Zinseszins konzipiert wäre. 4 BE
- 4.2 Für den Rest der Kosten nimmt Herr Tee ein Annuitätendarlehen mit einem Zinssatz von 4,5 % und einer Annuität von 8 072 € auf.
Berechnen Sie die Länge der Laufzeit des Vertrages.
Geben Sie die letzten beiden Zeilen des Tilgungsplanes an. 5 BE
- 4.3 Frau Tee möchte das Darlehen bereits nach 15 Jahren vollständig tilgen. Sie zahlt parallel zu ihrem Mann jährlich in einen mit 3,1 % verzinsten Bausparvertrag ein, der also nach 15 Jahren die Restschuld ablösen soll.
Berechnen Sie die jährlich zu zahlende Rate dieses Bausparvertrages. 3 BE
- 4.4 Vergleichen Sie die für die Familie Tee entstehenden Gesamtkosten aus 4.2 und 4.3. 3 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

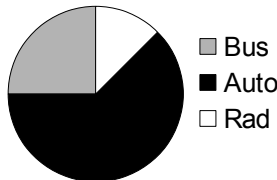
15BE

Gegeben sind die Punkte $A(0 \mid 0 \mid 3)$, $B(2 \mid 4 \mid 0)$, $C(4 \mid 8 \mid 3)$,
 $D_m(m \mid 2m \mid 3m)$, $m \in \mathbb{R}$ und $S(12 \mid -1 \mid 3)$.

- 5.1 Gesucht ist der Parameter m so, dass A , B , C und D_m in dieser Reihenfolge ein Parallelogramm ergeben. 2 BE
- 5.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms $ABCD_2$. 4 BE
- 5.3 Geben Sie den Schnittpunkt M der Diagonalen der Grundfläche der Pyramide $ABCD_2S$ an.
Weisen Sie nach, dass es sich um eine gerade Pyramide handelt. 3 BE
- 5.4 Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Pyramide. 3 BE
- 5.5 Untersuchen Sie, für welches m die Gerade $g(D_mS)$ keinen Durchstoßpunkt durch die xy – Ebene besitzt. 3 BE

6 Statistik

15BE

- 6.1 Studenten führen eine statistische Erhebung unter den Beschäftigten eines Betriebes zu deren Haarfarbe, Schuhgröße, Geschlecht, Abschlussnote in Mathematik, Körpergröße und Länge des Anfahrtsweges zur Arbeit durch.
- 6.1.1 Geben Sie für jede Merkmalsausprägung die entsprechende Skala an.
Begründen Sie daran die Notwendigkeit der verschiedenen Skaleneinteilungen. 6 BE
- 6.1.2 Erläutern Sie die Bestimmung des Medians mit Hilfe eines von Ihnen selbstgewählten Zahlenbeispiels einer von oben verwendeten Merkmalsausprägung. 3 BE
- 6.2 Von den 220 Schülern einer Berufsschule benutzen 80 % für den Schulweg ein Verkehrsmittel. Die Verteilung der Verkehrsmittel ist im Diagramm dargestellt ($\text{Fläche}_{\text{Bus}} = 2 \cdot \text{Fläche}_{\text{Rad}}$):
- 
- 6.2.1 Wie viele Schüler von denen, die ein Verkehrsmittel benutzen, kommen mit dem Auto? 2 BE
- 6.2.2 Wie viel Prozent **aller** Schüler der Schule kommen mit dem Fahrrad? 1 BE
- 6.2.3 Von den Schülern, die den Bus benutzen, bezahlen 25 % je 3 €, 20 Schüler je 5 € und die anderen je 4,50 € pro Woche. Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median und den Modalwert der Buspreise. 3 BE