

# Prüfung 2012

## Fachoberschule

<b>Fach:</b>	<b>Mathematik</b>
<b>Fachrichtungen:</b>	<b>Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung</b>

### **Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer**

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

## Pflichtaufgaben

- 1 Eine Funktion  $f$  ist gegeben durch die Gleichung  $y=f(x)=e^x \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{3}{2} \cdot x\right)$ . **25BE**
- 1.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Grafen von  $f$  mit den Koordinatenachsen. 3 BE
- 1.2 Geben Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen an. 2 BE
- 1.3 Untersuchen Sie  $f$  auf lokale Extrempunkte. 5 BE
- 1.4 Begründen Sie ohne weitere Rechnung die Anzahl und die Lage möglicher Wendepunkte. 4 BE
- 1.5 Skizzieren Sie den Grafen von  $f$  in einem geeigneten Intervall. 2 BE
- 1.6  $F(x)=e^x \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2} \cdot x + \frac{5}{2}\right) + 2012$  ist eine Stammfunktion von  $f$ . 2 BE  
Berechnen Sie die Fläche, die vom Grafen von  $f$  und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen wird.
- 1.7 Begründen Sie den Wahrheitswert folgender Aussage: „Der Graf von  $f$  schneidet die Ordinatenachse unter einem Winkel von  $45^\circ$ .“ 2 BE
- 1.8 Die Punkte  $P(p | f(p))$  und  $Q(p | 0)$  mit  $0 \leq p \leq 3$  bilden zusammen mit dem Koordinatenursprung  $O$  das Dreieck  $OPQ$ . Der Flächeninhalt des Dreiecks  $OPQ$  soll maximal werden. 5 BE  
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $P$  für diesen Fall.
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10BE**
- 2.1 Der Graf einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berührt die Abszissenachse im Koordinatenursprung und hat im Punkt  $P(3 | 0)$  den Anstieg  $m = 9$ . 5 BE  
Berechnen Sie die Funktionsgleichung.
- 2.2 Eine monoton fallende Zahlenfolge  $(a_n)$  konvergiert gegen  $g = -2$ . 2 BE  
Geben Sie eine mögliche explizite Zuordnungsvorschrift von  $(a_n)$  an.
- 2.3 Vereinfachen Sie den Term  $\frac{(x^3 - 8x^2 + 16x) \cdot (x^3 \cdot y)^2}{(x^{-7} \cdot y^{-2})^{-1} \cdot (2x - 8)}$  so weit wie möglich. 3 BE

## Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

### 3 Funktionen

15BE

Gegeben ist die Funktion  $y=f(x)=\frac{x-1}{2x+1}$ .

- 3.1 Geben Sie das Verhalten im Unendlichen, die Nullstelle, die Polstelle und die Asymptoten des Grafen von  $f$  an. 4 BE
- 3.2 Weisen Sie nach, dass kein lokales Extremum vorliegt. 2 BE
- 3.3 Skizzieren Sie den Grafen von  $f$  im Intervall  $I [-5 ; 5 ]$ . 2 BE
- 3.4 Zeigen Sie, dass  $F(x)=\frac{1}{2}\cdot x-\frac{3}{4}\cdot \ln|2x+1|$  eine Stammfunktion von  $f(x)$  ist. 3 BE
- 3.5 Der Graf von  $f$  und die Abszissenachse sowie die Gerade  $x = 4$  begrenzen im ersten Quadranten eine Fläche vollständig. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. 2 BE
- 3.6 Gegeben ist die Funktionenschar  $y = g_t(x) = f(x)+t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .  
Geben Sie für folgende Fälle die Bedingung für  $t$  an:  
3.6.1 Der Graf von  $g_t$  besitzt keine Nullstelle.  
3.6.2 Der Graf von  $g_t$  schneidet die Ordinatenachse im positiven Bereich. 2 BE

### 4 Finanzmathematik

15BE

Familie Tee möchte ein Haus im Wert von 150 000 € erwerben.

- 4.1 Herr Tee hat 9 Jahre lang ein Startkapital  $K_0$  mit Zinseszins angelegt, und daraus  $K_9 = 45\,000$  € erhalten, welches zum Kauf des Hauses genutzt wird. Dabei änderte sich der Zinssatz nach 4 Jahren von zuerst 2,9 % auf dann 3,9 %.  
Berechnen Sie das Startkapital.  
Begründen Sie ohne weitere Rechnung, wie sich bei gleichem Endkapitalziel das Startkapital ändern würde, wenn die Anlage ohne Zinseszins konzipiert wäre. 4 BE
- 4.2 Für den Rest der Kosten nimmt Herr Tee ein Annuitätendarlehen mit einem Zinssatz von 4,5 % und einer Annuität von 8 072 € auf.  
Berechnen Sie die Länge der Laufzeit des Vertrages.  
Geben Sie die letzten beiden Zeilen des Tilgungsplanes an. 5 BE
- 4.3 Frau Tee möchte das Darlehen bereits nach 15 Jahren vollständig tilgen. Sie zahlt parallel zu ihrem Mann jährlich in einen mit 3,1 % verzinsten Bausparvertrag ein, der also nach 15 Jahren die Restschuld ablösen soll.  
Berechnen Sie die jährlich zu zahlende Rate dieses Bausparvertrages. 3 BE
- 4.4 Vergleichen Sie die für die Familie Tee entstehenden Gesamtkosten aus 4.2 und 4.3. 3 BE

## 5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

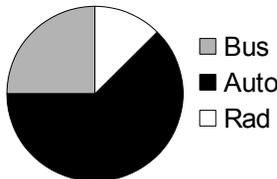
15BE

Gegeben sind die Punkte  $A(0 \mid 0 \mid 3)$ ,  $B(2 \mid 4 \mid 0)$ ,  $C(4 \mid 8 \mid 3)$ ,  
 $D_m(m \mid 2m \mid 3m)$ ,  $m \in \mathbb{R}$  und  $S(12 \mid -1 \mid 3)$ .

- 5.1 Gesucht ist der Parameter  $m$  so, dass  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D_m$  in dieser Reihenfolge ein Parallelogramm ergeben. 2 BE
- 5.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms  $ABCD_2$ . 4 BE
- 5.3 Geben Sie den Schnittpunkt  $M$  der Diagonalen der Grundfläche der Pyramide  $ABCD_2S$  an.  
Weisen Sie nach, dass es sich um eine gerade Pyramide handelt. 3 BE
- 5.4 Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Pyramide. 3 BE
- 5.5 Untersuchen Sie, für welches  $m$  die Gerade  $g(D_mS)$  keinen Durchstoßpunkt durch die  $xy$  – Ebene besitzt. 3 BE

## 6 Statistik

15BE

- 6.1 Studenten führen eine statistische Erhebung unter den Beschäftigten eines Betriebes zu deren Haarfarbe, Schuhgröße, Geschlecht, Abschlussnote in Mathematik, Körpergröße und Länge des Anfahrtsweges zur Arbeit durch.
- 6.1.1 Geben Sie für jede Merkmalsausprägung die entsprechende Skala an.  
Begründen Sie daran die Notwendigkeit der verschiedenen Skaleneinteilungen. 6 BE
- 6.1.2 Erläutern Sie die Bestimmung des Medians mit Hilfe eines von Ihnen selbstgewählten Zahlenbeispiels einer von oben verwendeten Merkmalsausprägung. 3 BE
- 6.2 Von den 220 Schülern einer Berufsschule benutzen 80 % für den Schulweg ein Verkehrsmittel. Die Verteilung der Verkehrsmittel ist im Diagramm dargestellt (  $\text{Fläche}_{\text{Bus}} = 2 \cdot \text{Fläche}_{\text{Rad}}$  ):
- 
- 6.2.1 Wie viele Schüler von denen, die ein Verkehrsmittel benutzen, kommen mit dem Auto? 2 BE
- 6.2.2 Wie viel Prozent **aller** Schüler der Schule kommen mit dem Fahrrad? 1 BE
- 6.2.3 Von den Schülern, die den Bus benutzen, bezahlen 25 % je 3 €, 20 Schüler je 5 € und die anderen je 4,50 € pro Woche. Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median und den Modalwert der Buspreise. 3 BE