

Prüfung 2013

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

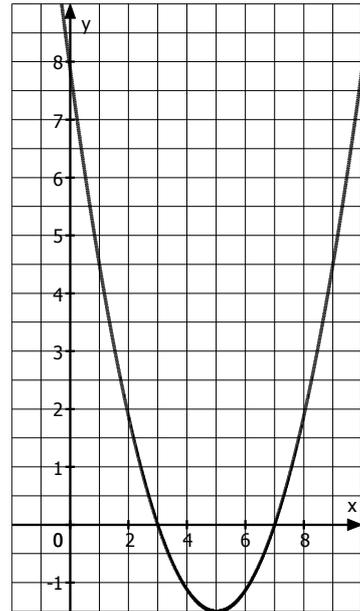
Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 In der Abbildung ist der Graf der quadratischen Funktion $f'(x)$ dargestellt. Er schneidet die Ordinatenachse bei $S_y\left(0 \mid \frac{63}{8}\right)$.

Die Funktion $f'(x)$ ist die erste Ableitung der Funktion $f(x)$.

Die Funktion $f(x)$ besitzt eine Nullstelle bei $x_0 = 7$.



25BE

- 1.1 Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise, um die Gleichung für $f'(x)$ aufzustellen. 4 BE

- 1.2 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von f . Stellen Sie den Grafen von f in einem geeigneten Intervall dar. Führen Sie dazu die notwendigen Schritte einer Kurvendiskussion von f durch. 12 BE

(Kontrollergebnis: $f(x) = \frac{1}{8} \cdot (x^3 - 15 \cdot x^2 + 63 \cdot x - 49)$)

- 1.3 Die Tangenten in der gemeinsamen Nullstelle der Grafen von $f(x)$ und $f'(x)$ bilden einen Winkel α . Berechnen Sie die Größe von α . 2 BE

- 1.4 Die Abszissenachse teilt eine Fläche, die durch die Grafen der Funktionen $f(x)$ und $f'(x)$ vollständig begrenzt wird. Berechnen Sie das Verhältnis dieser Teilflächen. 6 BE

- 1.5 Der Graf von $f(x)$ soll so verschoben werden, dass er mit der Abszissenachse zwei gleichgroße Flächen einschließt. Geben Sie für diesen Fall die neue Funktionsgleichung an. 1 BE

- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10BE**

- 2.1 Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{(a-b)^{-1}}{(a^2-b^2)^{-1}}$ 2 BE

- 2.2 Geben Sie den Wertebereich der folgenden Funktion an:
 $y = f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ 2 BE

- 2.3 Untersuchen Sie die folgende Funktion auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: $y = f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$ 3 BE

- 2.4 Diskutieren Sie den Grenzwert der Zahlenfolge in Abhängigkeit vom Parameter t : $(a_n) = \left(\frac{3 \cdot n^t}{4n - 2 \cdot n^3} \right)$, $t \in \mathbb{N}$ 3BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15BE

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \frac{2 - x^2}{x - 2}$.

- 3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Grafen von $f(x)$ mit den Koordinatenachsen sowie die Asymptoten. 4 BE
- 3.2 Berechnen Sie alle Argumente (x - Werte), für die der Graf von $f(x)$ den Anstieg $m = 0$ hat. Geben Sie eine Bedeutung dieser Argumente für den Kurvenverlauf an. 3 BE
- 3.3 Geben Sie das Verhalten im Unendlichen an. Skizzieren Sie den Graf der Funktion $f(x)$ im Intervall $I[-8 ; 8]$. 3 BE
- 3.4 Mit $F(x) = \frac{-[4 \cdot \ln(|x - 2|) + x \cdot (x + 4)]}{2}$ ist eine Stammfunktion von $f(x)$ gegeben. Beweisen Sie diese Aussage. Der Graf von $f(x)$ und die Abszissenachse schließen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie diesen Flächeninhalt. 5 BE

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15BE

Gegeben sind die Punkte $A(-2 | 2 | 2)$, $B(-1 | \frac{1}{2} | -2)$, $C(-7 | \frac{11}{2} | -6)$,
 $D(2 | -2 | 0)$ und der Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- 4.1 Weisen Sie die Lagebeziehung der Geraden $e(A, \vec{a})$ und $f(BC)$ nach. 4 BE
- 4.2 Die Gerade g verläuft durch A senkrecht zur Geraden e und schneidet die Gerade f im Punkt E . Berechnen Sie die Koordinaten von E . (Kontrollergebnis: $E(-4 | 3 | -4)$) 4 BE
- 4.3 Zeichnen Sie das Dreieck ADE in ein kartesisches Koordinatensystem. 2 BE
- 4.4 Das Dreieck ADE ist die Grundfläche des Prismas $ADEA'D'E'$ mit der Höhe $h = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{41}$ LE. Zeichnen Sie das Prisma in das Koordinatensystem von 4.3 ein. Berechnen Sie die dazu notwendigen Größen. 5 BE

5 Finanzmathematik

15BE

- 5.1 Nach der Geburt ihrer Tochter Anne zahlt die Mutter 20 Jahre lang am Ende eines jeden Jahres 1.200,00 € auf ein Sparkonto A mit einem Zinssatz von 4,5 % ein.
- 5.1.1 Berechnen Sie, wie viel Euro der Vater einmalig auf ein Sparkonto B mit einfacher Verzinsung zu 4,5 % Zinsen einzahlen müsste, um nach 20 Jahren zum gleichen Endkapital wie die Mutter zu kommen. 4 BE
- 5.1.2 Anne legt 35.000,00 € von dem angesparten Geld zu 5 % auf einem Festgeldkonto an. Mit 65 Jahren möchte sie das bis dahin angesparte Vermögen als Zusatzrente nutzen. Berechnen Sie, wie viel Euro sie jährlich nachschüssig abheben kann, wenn das Vermögen nach weiteren 15 Jahren aufgebraucht sein soll und die Zinsen jetzt 3,5 % betragen. 4 BE
- 5.2 Für die Renovierung ihres Hauses nimmt Familie Huber einen Kredit von 30.000,00 € bei einer Bank zu 4,5 % auf.
- 5.2.1 Die Familie entscheidet sich für eine Annuität von 2.238,02 €. Berechnen Sie entstehende die Rückzahlungsdauer. 3 BE
- 5.2.2 Durch einen Lotteriegewinn ist die Familie in der Lage, den Kredit bereits nach 12 Jahren vollständig abzulösen. Berechnen Sie, wie viel Euro zu zahlende Zinsen Familie Huber eingespart hat, wenn Bearbeitungsgebühren nicht berücksichtigt werden. 4 BE

6 Statistik

15BE

- 6.1 Erläutern sie an Hand selbstgewählter Beispiele die Notwendigkeit und die Arten der Unterteilung möglicher Merkmale. 6 BE
- 6.2 Nach der Befragung von Personen zu einem Merkmal hat man festgestellt, dass die kleinste Merkmalsausprägung der Untersuchung 32, die Spannweite 15 und das arithmetische Mittel aller Merkmalsausprägungen 40,5 betragen. Ferner stellte man fest, dass es zwischen allen Merkmalsausprägungen 5 regelmäßige Abstände gab, dass sich je 20 der befragten Personen für die ersten zwei Listenwerte und jeweils gleich viele Personen sich für die übrigen Werte eingetragen haben.
- 6.2.1 Stellen Sie eine Liste mit den Merkmalsausprägungen sowie ihren zugehörigen absoluten und relativen Häufigkeiten auf. 6 BE
- 6.2.2 Geben Sie den Zentralwert an. 1 BE
- 6.2.3 Berechnen Sie die Standardabweichung. 2 BE