



Prüfung 2013

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Der Graf der Funktion $f'(x)$ ist durch die Abbildung gegeben. **25BE**
- 1.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von $f'(x)$. 2 BE

1.2 Die Funktion $f'(x)$ ist die Ableitungsfunktion der Funktion $f(x)$. Geben Sie ohne weitere Rechnung die lokalen Extrem- und Wendestellen und die Art der Extrempunkte der Funktion $f(x)$ an. Begründen Sie Ihre Aussagen. 5 BE
- 1.3 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von $f(x)$ für den Fall, dass der Graf von $f(x)$ durch den Koordinatenursprung verläuft. 2 BE
 (Kontrollergebnis: $y = f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$)
- 1.4 Welche Punkte sind im Rahmen einer Kurvendiskussion zum Zeichnen notwendig? Berechnen Sie diese unter Berücksichtigung schon vorhandener Ergebnisse für $f(x)$. Zeichnen Sie den Grafen der Funktion $f(x)$ im Intervall $I [-1 ; 3,2]$. 6 BE
- 1.5 Berechnen Sie die Gleichungen aller Tangenten an den Grafen von $f(x)$, die parallel zur Geraden $y = g(x) = -3x + 7$ verlaufen. 5 BE
- 1.6 Die Fläche des Dreiecks OAB mit $O(0 | 0)$, $A(t | 0)$ und $B(t | f(t))$, $0 \leq t \leq 3$, soll maximal werden. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B sowie den maximalen Flächeninhalt des Dreiecks OAB. 5BE
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10BE**
- 2.1 Untersuchen Sie den Wahrheitswert folgender Aussage: "Der Definitionsbereich der Funktion $y=f(x)=\ln(x^2-4)$ lautet $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < \infty\}$." 2 BE
- 2.2 Geben Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer geometrischen Zahlenfolge an, die monoton wachsend ist und konvergiert. 3BE
- 2.3 Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich: $\frac{x \cdot (x^2 - y^2) \cdot (x + y)^{-1}}{(x - y)^2}$ 3 BE
- 2.4 Lösen Sie die folgende Gleichung: $e^{5x} + 5 = 3 \cdot e^{2x} \cdot e^{3x}$ 2 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15BE

Gegeben sind die Funktionen $y = f(x) = \sqrt{4-x}$ und $y = g(x) = \frac{1}{3}x$.

- 3.1 Geben Sie den Definitionsbereich von f an. 1 BE
- 3.2 Zeigen Sie, dass der Graf von $f(x)$ kein lokales Extremum besitzt. 2 BE
- 3.3 Zeichnen Sie die Grafen beider Funktionen in einem geeigneten Intervall. 2 BE
- 3.4 Die Grafen beider Funktionen schneiden sich. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes sowie den Schnittwinkel der Grafen beider Funktionen. 6 BE
- 3.5 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Grafen beider Funktionen und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen wird. 4 BE

4 Finanzmathematik

15BE

- 4.1 Frau Brainheart möchte 10 Jahre lang ein Startkapital $K_0 = 80.000$ € zu 4 % mit Zinseszins anlegen. Herr Brainheart möchte aus dem Startkapital K_0 schon nach 7 Jahren das gleiche Endkapital wie seine Frau erhalten und sagt: "Dann muss auch mein Zinssatz kleiner als bei meiner Frau sein."
- 4.1.1 Begründen Sie ohne Rechnung, ob die Aussage wahr oder falsch ist. 2 BE
- 4.1.2 Berechnen Sie, zu wie viel Prozent Herr Brainheart das Startkapital K_0 für 7 Jahre anlegen müsste, um auch das gleiche Endkapital zu erzielen. 2BE
- 4.2 Eine jährlich nachschüssig 12 Jahre lang einzuzahlende Rente R soll ohne weitere Einzahlung 8 Jahre mit Zinseszins auf diesem Rentenkonto angelegt bleiben. Danach werden 10 Jahre lang jährlich 10.000 € entnommen, bis das Rentenkonto erlischt. Der Zinssatz beträgt während der gesamten Zeit 4,6 %. Berechnen Sie für diese Bedingungen die Rente R . 5 BE
- 4.3 Familie Denkrecht möchte einen Kredit von 200.000,45 € durch ein Annuitätendarlehen mit einem Zinssatz von 4,9 % nach 28 Jahren zurückgezahlt haben.
- 4.3.1 Geben Sie die letzten beiden Zeilen des Tilgungsplans an. 2 BE
- 4.3.2 Berechnen Sie die Gesamtsumme, die Familie Denkrecht spart, wenn sie die Annuität um 2.633,75 € erhöhen würde. 4 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15BE

Gegeben sind die Punkte $O(0 | 0 | 0)$, $A(2 | 2 | 1)$, $B(1 | 4 | -1)$ und $C(2 | 2 | 4)$.

- 5.1 Überprüfen Sie, ob die Vektoren \vec{OA} , \vec{OB} und \vec{AB} linear abhängig sind. 3 BE
- 5.2 Weisen Sie nach, dass das Dreieck OAB gleichschenkelig ist und einen Innenwinkel von 90° besitzt. 4 BE
Begründen Sie die Größe der anderen Innenwinkel dieses Dreiecks.
- 5.3 Geben Sie die Gleichung der Geraden $g(AB)$ an. 2 BE
Zeichnen Sie diese Gerade sowie das Dreieck OAB in ein kartesisches Koordinatensystem ein.
- 5.4 Berechnen Sie den Durchstoßpunkt der Geraden g mit der xy -Ebene. 2 BE
- 5.5 Zeichnen Sie den Punkt C in die unter 5.3 vorgenommene Darstellung ein. 4 BE
Verbinden Sie C mit allen Eckpunkten des Dreiecks OAB.
Auf der Geraden $h(OB)$ existiert ein Punkt P, der von C und B gleich weit entfernt ist.
Berechnen Sie die Koordinaten von P und den Abstand von P zu B.

6 Statistik

15BE

6.1 Die Brenndauer von 100 Glühlampen ist wie folgt verteilt:

Brenndauer in Stunden	[0 ; 4000[[4000 ; 6000[[6000 ; 7000[[7000 ; 8000[[8000 ; 9000[[9000 ; 10000[
$H(x_i)$	6	14	22	35	15	8

- 6.1.1 Berechnen Sie die relativen einfachen und kumulierten Klassenhäufigkeiten. 2 BE
- 6.1.2 Stellen Sie die absoluten Häufigkeiten in einem Histogramm dar. 2 BE
- 6.1.3 Berechnen Sie den Anteil der Glühbirnen mit einer Brenndauer von weniger als 7.500 Stunden. 2 BE
- 6.2 Von 20 Mitarbeitern einer Firma sind folgende Sonderzuwendungen in Euro bekannt:
580; 520; 600; 1000; 550; 1150; 420; 350; 620; 250; 800; 120; 650; 600; 1.000; 800; 480; 470; 560; 200
- 6.2.1 Geben Sie den Modalwert an. 2 BE
Begründen Sie, ob der Modalwert für die Auswertung der Stichprobenerhebung aussagekräftig ist.
- 6.2.2 Berechnen Sie das arithmetische Mittel und den Zentralwert. 3 BE
Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.
- 6.2.3 Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Mitarbeiter, die mehr als die durchschnittliche Sonderzuwendung erhalten. 1 BE
- 6.2.4 Berechnen Sie die Standardabweichung. 3 BE