



Prüfung 2015

Fachoberschule

| | |
|------------------------|---|
| Fach: | Mathematik |
| Fachrichtungen: | Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung |

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Gegeben ist die Funktion f durch $y=f(x) = -x^3 + 4 \cdot x$. **25 BE**
 $F(x)$ ist eine Stammfunktion von $f(x)$.

- 1.1 Begründen Sie, welche der grafischen Darstellungen der Funktion $f(x)$ zuzuordnen ist. 3 BE

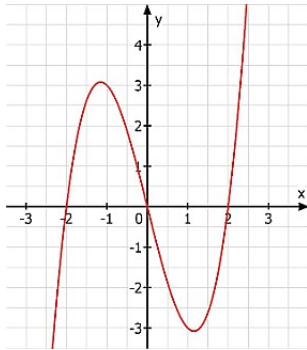


Abb. 1

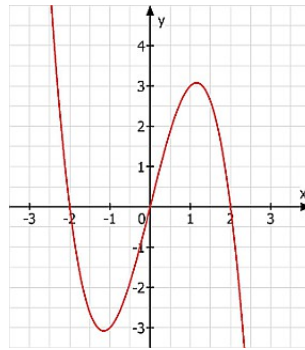


Abb. 2

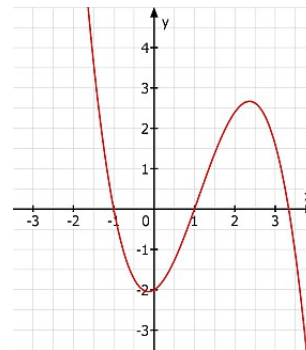


Abb. 3

- 1.2 Untersuchen Sie die Funktion $f(x)$ auf Nullstellen und lokale Extrempunkte. 4 BE

- 1.3 Begründen Sie aus den Eigenschaften und Punkten der Funktion $f(x)$ ohne weitere Rechnung folgende Eigenschaften von $F(x)$: 7 BE
- Grad dieser ganzrationalen Funktion
 - Symmetrie
 - lokale Extremstellen
 - Wendestellen

- 1.4 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von $F(x)$ so, dass zwei lokale Extrempunkte die x -Achse berühren. 3 BE
 Skizzieren Sie den Grafen der Funktion $F(x)$.

- 1.5 Die Gerade g mit $y = g(x) = -x - 2$ ist eine Orthogonale zweier Tangenten an den Grafen von $f(x)$. Berechnen Sie diese Tangentengleichungen. 4 BE

- 1.6 Berechnen Sie die Fläche, die von den beiden Tangenten aus Aufgabe 1.5 und dem Graf der Funktion $f(x)$ vollständig eingeschlossen wird. 4 BE

- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**

- 2.1 Untersuchen Sie den Wahrheitswert folgender Aussage: „ Der Definitionsbereich der Funktion $y = f(x) = \ln(x^2-9)$ lautet $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$ “ 2 BE

- 2.2 Von einer geometrische Zahlenfolge (a_n) sind die Folgenglieder $a_5 = 160$ und $a_{12} = 20.480$ gegeben. Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift von (a_n) . 3 BE

- 2.3 Berechnen Sie die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion mit dem Scheitelpunkt $S(2 \mid -1)$ und einem weiteren Punkt $P(4 \mid 7)$. 3 BE

- 2.4 Lösen Sie die folgende Gleichung: $e^{3x} + 2 = 3 \cdot e^x \cdot e^{2x}$ 2 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = (-x^2 + 2x) e^x$.

- 3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und geben Sie das Verhalten im Unendlichen an. 3 BE
- 3.2 Skizzieren Sie den Grafen der Funktion f und begründen Sie Art und Lage möglicher lokaler Extrem- und Wendestellen. 5 BE
- 3.3 $F(x) = (-x^2 + 4x - 4) e^x$ ist eine Stammfunktion von $f(x)$. Berechnen Sie die Fläche, die vom Grafen von f und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen ist. 2 BE
- 3.4 Gegeben ist das Dreieck OAB mit dem Ursprung O, A(t | 0) und B(t | f(t)), $0 \leq t \leq 2$. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B für den Fall, dass das Dreieck OAB einen maximalen Flächeninhalt bekommt. 5 BE

4 Finanzmathematik

15 BE

- 4.1 Herr Hahness möchte eine Erbschaft von 80.000 € im Ausland 20 Jahre lang anlegen. Dazu bietet die Bank A eine Festgeldanlage mit Zinseszins von $p_A = 4,2\%$ an. Die Bank B bietet mit einfacher Verzinsung $p_B = 6,3\%$ an.
- 4.1.1 Begründen Sie, für welche Anlage sich Herr Hahness entscheiden sollte. 3 BE
- 4.1.2 Berechnen Sie einen Wert für p_B , damit nach 20 Jahren das gleiche Endkapital entsteht. 2 BE
- 4.2 Frau Nguyen wollte als Altersvorsorge in einen mit $3,8\%$ verzinsten Bausparvertrag 20 Jahre lang jährlich nachschüssig 10.000 € einzahlen. Nach 10 Jahren musste sie die Einzahlung für 4 Jahre aussetzen. Berechnen Sie die neue Rente für die letzten Jahre, damit der ursprünglich geplante Rentenendwert noch erreicht werden kann. 3 BE
- 4.3 Firma PAK möchte mit dem von der Bank angebotenen Zinssatz von $4,1\%$ für 26 Jahre Rückzahlungsdauer einen Kredit aufnehmen. Sie kann 12.000,01 € jährlich zurückzahlen.
- 4.3.1 Berechnen Sie die mögliche Kreditsumme. 2 BE
- 4.3.2 Berechnen Sie, um wie viele Jahre sich die Rückzahlung verkürzt, wenn nach 10 Jahren eine Sondertilgung von 41.953,68 € bei sonst gleichen Bedingungen erfolgen konnte. 5 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte $B(-1 | 4 | -2)$, $C(2,5 | 7,5 | 2)$, $P(1 | 0 | 2)$, $Q(0 | 2 | 0)$ und $E(0,5 | -2,5 | 2)$ und der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- 5.1 Die Gerade $g(B; \vec{a})$ durchstößt die xz -Ebene im Punkt D und schneidet die y -Achse im Punkt S . Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D und S . 2 BE
- 5.2 Der Punkt A liegt auf der Geraden $h(C; E)$. Die Punkte A , P und Q sind Eckpunkte eines an Q rechtwinkligen Dreiecks. Berechnen Sie die Innenwinkel des Dreiecks. Zeichnen Sie das Dreieck APQ in ein kartesisches Koordinatensystem. 8 BE
- 5.3 Das Dreieck APQ ist die Grundfläche eines geraden dreiseitigen Prismas $APQA'P'Q'$ mit der Höhe von $\frac{3}{2}\sqrt{17}$ LE. Zeichnen Sie das Prisma in die unter 5.2 vorgenommene Darstellung ein. 5 BE

6 Statistik

15 BE

- 6.1 Martin möchte etwas für seine Gesundheit tun. Zu diesem Zweck beschließt er, jeden Tag anderthalb Stunden Fahrrad zu fahren. In der ersten Woche schafft er folgende Strecken (in km) : 22,5 ; 24,75 ; 26,25 ; 27 ; 27 ; 30 ; 33
- 6.1.1 Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit mit Hilfe des arithmetischen Mittels, des Zentralwertes und des Modalwertes. Begründen Sie, welcher der 3 Werte diese Stichprobe sinnvoll beschreibt. 4 BE
- 6.1.2 In den nächsten zwei Tagen möchte er eine durchschnittliche tägliche Leistungssteigerung von 6,6 % erzielen. Berechnen Sie für beide Tage die Durchschnittsgeschwindigkeit. Stellen Sie den Sachverhalt über den gesamten Zeitraum von 9 Tagen in einem geeigneten Diagramm dar. 3 BE
- 6.2 Eine Umfrage unter Schülern nach der Höhe der monatlichen Nebenverdienste ergab folgende Häufigkeiten:

| Verdienst (in €) | [0 ; 20[| [20 ; 50[| [50 ; 100[| [100 ; 150[| [150 ; 200[| [200 ; 300[| [300 ; 400] |
|------------------|----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| H | 16 | 20 | 12 | 26 | 35 | 10 | 6 |

- 6.2.1 Stellen Sie den Sachverhalt in einem Histogramm dar. Berechnen Sie die Standardabweichung über die Klassenmitten. 5 BE
- 6.2.2 Berechnen Sie, wie sich die absolute Häufigkeit des Verdienstes der vorletzten Gruppe ändern muss, damit sich der Durchschnittswert um 3,26 % verringert. 3 BE