



Prüfung 2016

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Der Graf f einer ganzrationalen geraden Funktion 4. Grades hat im Punkt $P_w(2 | 0)$ eine Wendetangente mit dem Anstieg $m = -\frac{4}{3}$. Die lokalen Extrempunkte sind $P_{\max}\left(0 | \frac{5}{3}\right)$, $P_{\min 1,2}\left(\pm\sqrt{12} | -\frac{4}{3}\right)$. **25 BE**
- 1.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von f . 4 BE
(Kontrollergebnis: $y = f(x) = \frac{1}{48} \cdot x^4 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{5}{3}$)
- 1.2 Beschreiben Sie Ihre Berechnung der Schnittpunkte des Grafen von f mit den Koordinatenachsen. 5 BE
- 1.3 Berechnen Sie die Gleichungen der Wendetangenten. 4 BE
Zeigen Sie, dass diese nicht orthogonal aufeinander stehen.
- 1.4 Stellen Sie den Grafen von f und die beiden Wendetangenten in einem geeigneten Intervall grafisch dar. 3 BE
- 1.5 Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt des Rechtecks ABCD mit $A(-t | 0)$, $B(t | 0)$, $C(t | f(t))$ und $D(-t | f(-t))$, $0 \leq t \leq 2$. 4 BE
- 1.6 Gegeben ist die Funktionenschar $g_a(x) = a \cdot f(x)$, $a \in \mathbb{R}$.
- 1.6.1 Zeigen Sie, dass für alle a mit $a > 0$ die Grafen von $g_a(x)$ dieselben Wendepunkte wie der Graf von f besitzen. 3 BE
- 1.6.2 Berechnen Sie a für den Fall, dass die beiden Wendetangenten orthogonal zueinander verlaufen. 2 BE
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**
- 2.1 Geben Sie die Gleichung einer quadratischen Funktion an, die 2 BE
2.1.1 als Nullstellen $x_{01} = 3$ und $x_{02} = -5$ besitzt.
2.1.2 genau eine Nullstelle besitzt.
- 2.2 Vereinfachen Sie den folgenden Term: $\frac{x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x}{12 - 4 \cdot x}$ 3 BE
- 2.3 Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer geometrischen Zahlenfolge mit den gegebenen Folgengliedern $a_2 = 8$ und $a_{19} = -1.048.576$ 3 BE
- 2.4 Geben Sie die Funktionsgleichung einer Wurzelfunktion an, die den Definitionsbereich $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 2 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben sind die Funktionen $y = f(x) = \frac{-x^2 + 4}{x - 3}$ und

$$y = F(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 - 3 \cdot x - 5 \cdot \ln(|x - 3|) + 2016 .$$

- 3.1 Geben Sie von der Funktion f den Definitionsbereich und das Verhalten im Unendlichen an. Berechnen Sie für $f(x)$ die Achsenschnittpunkte und Asymptoten. 7 BE
- 3.2 Begründen Sie für $f(x)$ ohne weitere Berechnungen die Anzahl, Art und Lage der lokalen Extremstellen. 3 BE
- 3.3 Zeichnen Sie die Asymptoten. Skizzieren Sie den Grafen von f in einem geeigneten Intervall. 2 BE
- 3.4 Weisen Sie nach, dass $F(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$ ist. Berechnen Sie die Fläche, die vom Grafen von f und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen wird. 3 BE

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte $A(4 | 4 | 1)$, $B(-2 | -8 | 1)$, $T(3 | 2 | 1)$, $C(-1 | -2 | 2)$ und

$P(5 | -2 | 0)$ sowie der Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- 4.1 Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden $g(AB)$ und $h(C; \vec{u})$. 4 BE
- 4.2 Zeigen Sie, dass der Punkt T auf der Geraden $g(AB)$ liegt. In welchem Verhältnis teilt der Punkt T die Strecke \overline{AB} ? 3 BE
- 4.3 Für die Berechnung des Abstands eines Punktes P von einer Geraden g berechnet man einen Punkt $Q \in g$ so, dass die Strecke \overline{PQ} orthogonal zur Geraden g verläuft. Nun erhält man den Abstand des Punktes P von der Geraden g aus dem Abstand der Punkte P und Q . Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden $g(AB)$. 4 BE
- 4.4 Untersuchen Sie die Vektoren \vec{AB} , \vec{TC} und \vec{CA} auf lineare Unabhängigkeit. 2 BE
- 4.5 Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks TBC . 2 BE

5 Finanzmathematik

15 BE

- 5.1 Herr Rieser legt ein Startkapital K_0 auf einem Festgeldkonto mit Zinseszins zum festgeschriebenen Zinssatz p_0 an. Sein Guthaben hat sich nach 20 Jahren auf 65.878 € erhöht. Sein Freund Peter zeigt ihm, dass sich sein Startkapital in dieser Zeit verdoppelt hätte, wenn der Zinssatz um 1 % höher gewesen wäre.
- Berechnen Sie den Zinssatz und das Startkapital.
- 4 BE
- 5.2 Herr Schade möchte einen Betrag K_0 auf ein Festgeldkonto mit Zinseszins zu $p = 3,5\%$ für 8 Jahre anlegen. Danach soll die angesparte Summe weitere 5 Jahre durch eine jährliche nachschüssige Zahlung von 1000 € bei 3,5 % erhöht werden. Im Anschluss wird 10 Jahre lang von diesem Konto bei gleichen Bedingungen eine jährliche Rente von 4600 € bis zum Erlöschen des Kontos ausgezahlt.
- Berechnen Sie das benötigte Startkapital K_0 .
- 5 BE
- 5.3 Familie Rube benötigt für Investitionen eine Bargeldsumme von 120.000 €. Dazu nimmt sie ein Annuitätendarlehen zu $p = 4\%$ mit einer Annuität von 10.298,40 € auf.
- 5.3.1 Geben Sie die erste und die letzte Zeile des Tilgungsplanes an.
- 4 BE
- 5.3.2 Berechnen Sie, in welchem Jahr die Tilgung erstmalig mehr als doppelt so groß ist wie die Zinsen.
- 2 BE

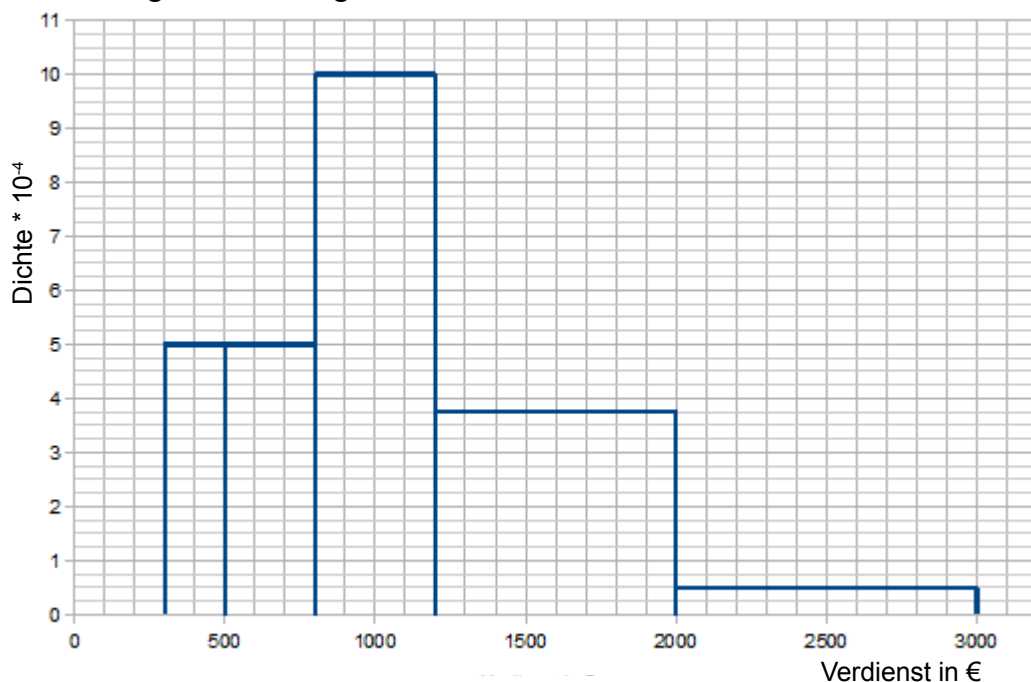
6 Statistik

15 BE

- 6.1 Merkmalsausprägungen bilden jeweils eine Skala. Erläutern Sie an Hand eines selbstgewählten Beispiels die Eigenschaften einer Ordinalskala. Begründen Sie, unter welcher Bedingung bei der Mittelwertbestimmung einer Ordinalskala die Verwendung des Medians gegenüber dem arithmetischen Mittel von Vorteil ist. 4 BE
- 6.2 Die vorliegende Tabelle gibt Auskunft über die Krankentage der Mitarbeiter einer Pflegestation im vergangenen Jahr.

Krankentage	5	6	7	8	9
Anzahl der Mitarbeiter	3	7	2	1	4

- 6.2.1 Berechnen Sie mit Hilfe geeigneter Streuungsparameter die Abweichung vom durchschnittlichen Krankenstand. Interpretieren Sie das Ergebnis. 3 BE
- 6.2.2 Wie viel Prozent der Mitarbeiter waren mehr als eine Woche krank? 1 BE
- 6.2.3 Wie viele Mitarbeiter dürften statt 9 Tagen nur 5 Tage krank sein, damit sich der durchschnittliche Krankenstand auf rund 6,06 Tage reduziert? 2 BE
- 6.3 Das vorliegende Histogramm ^{*1} beschreibt den Monatsverdienst von 20 Beschäftigten einer Pflegestation .



Berechnen Sie den Mittelwert der Verdienste aller Beschäftigten über die Klassenmitten

- 6.3.1 mit Hilfe des arithmetischen Mittels 3 BE
- 6.3.2 mit Hilfe des Medians 2 BE

^{*1} Bei diesem Histogramm wird die Säulenhöhe durch den Quotienten aus relativer Häufigkeit und Klassenbreite bestimmt.