Freistaat Thüringen

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfung 2016

Fachoberschule

Fach:	**Mathematik**
Fachrichtungen:	**Ernährung und Hauswirtschaft** **Gestaltung, Technik** **Gesundheit und Soziales** **Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit:	210 Minuten
Hilfsmittel:	von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung; Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig); Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \frac{1}{9} \cdot (x^3 - 16 \cdot x^2 + 69 \cdot x - 54)$ **25 BE**

1.1 Begründen Sie jeweils, warum es sich bei den folgenden drei Abbildungen **nicht** um den Grafen von f handeln kann. 3 BE

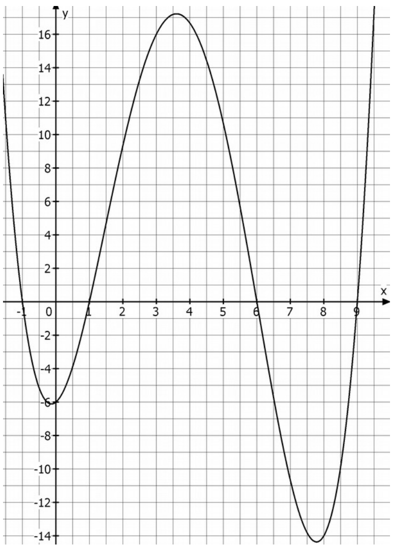

Abb.1

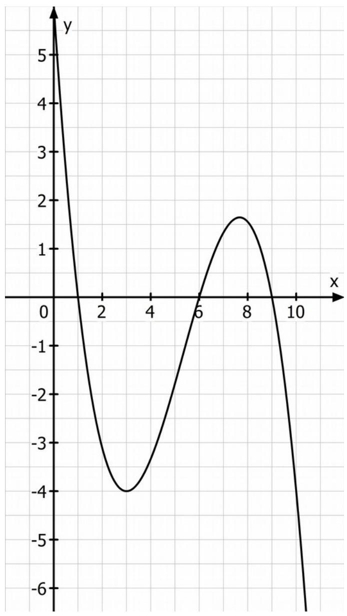

Abb. 2

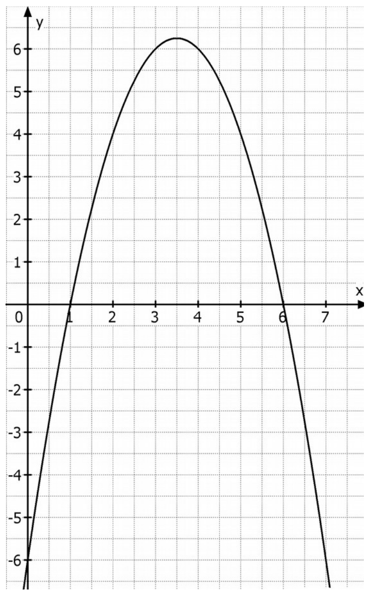

Abb. 3

1.2 Berechnen Sie unter Angabe der Lösungsverfahren die Schnittpunkte des Grafen von f mit den Koordinatenachsen. 5 BE

1.3 Begründen Sie ohne weitere Rechnung die Art und Lage möglicher lokaler Extremstellen. 4 BE

1.4 Berechnen Sie den Abstand der beiden Tangenten an den Grafen von f, die orthogonal zur Ordinatenachse verlaufen. 4 BE

1.5 Die Tangente an den Grafen von f mit dem kleinsten Anstieg schließt zusammen mit den Koordinatenachsen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie deren Flächeninhalt. 5 BE

1.6 Eine quadratische Funktion q(x) mit einer nach oben geöffneten Normalparabel als Grafen besitzt die Nullstellen $x_{01} = 1$ und $x_{02} = 6$. Untersuchen Sie, ob eine mögliche Funktionsgleichung $q(x) = (x - 1) \cdot (x - 6)$ lauten kann. 4 BE
Berechnen Sie die Stelle x_d, bei der die Differenz der Funktionswerte von f und q im Intervall I [1 ; 6] maximal wird.

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**

2.1 Untersuchen Sie den Wahrheitswert folgender Aussage: 2 BE

„ Der Definitionsbereich der Funktion $y = f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 4}$ lautet $D_f = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 2\}$.“

2.2 Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich: $\frac{4 \cdot a^2 - 4 \cdot b^2}{2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b^2}$. 3 BE

2.3 Geben Sie den Wertebereich der folgenden Funktion an: 2 BE
$y = f(x) = \sqrt{x + 1} + 4$.

2.4 Geben Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer monoton wachsenden Zahlenfolge an, die als untere Grenze $G_u = 1$ und als obere Grenze $G_o = 5$ besitzt. 3 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen **15 BE**

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \left(-\frac{5}{6} \cdot x + \frac{5}{2}\right) \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x}$.

3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. 4 BE
Geben Sie das Verhalten im Unendlichen an.

3.2 Der Graf von f besitzt ein lokales Maximum. 4 BE
Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes.
Skizzieren Sie den Grafen von f.

3.3 Begründen Sie ohne weitere Rechnung die Anzahl und Lage möglicher Wendepunkte. 2 BE

3.4 Zeigen Sie, dass $F(x) = \left(-\frac{5}{3} \cdot x + \frac{25}{3}\right) \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x} + 2016$ 1 BE
eine Stammfunktion von f(x) ist.

3.5 Die Gerade g verläuft durch die Achsenschnittpunkte des Grafen von f. 4 BE
Der Graf von f und die Koordinatenachsen schließen eine Fläche vollständig ein.
Diese wird durch die Gerade g in 2 Teilflächen geteilt.
Berechnen Sie das entstandene Teilungsverhältnis.

4 Finanzmathematik **15 BE**

4.1 Herr und Frau Fuchs haben jeweils 12.738,08 € als Startkapital zur Verfügung. Herr Fuchs findet eine Anlage mit Zinseszins zu $p_1 = 3{,}90\ \%$, seine Frau präsentiert ihm stolz eine Anlage mit einfacher Verzinsung zu $p_2 = 4{,}855\ \%$.

4.1.1 Begründen Sie ohne Rechnung, welche der beiden Anlagen auf Dauer das höhere Endkapital erzielen wird. 2 BE

4.1.2 Untersuchen Sie, nach wie viel Jahren beide Festgeldanlagen den gleichen Ertrag erbringen werden. 3 BE

4.2 Auf ein mit 4,1 % verzinstes Rentenkonto soll jährlich nachschüssig eine Rente von R = 8.767,21 € eingezahlt werden. Danach soll man 15 Jahre lang jährlich 12.000 € entnehmen können, bis dieses Rentenkonto erloschen ist. 4 BE

Berechnen Sie unter diesen Bedingungen, wie oft die Rente R eingezahlt werden muss.

4.3 Ein aufgenommenes Darlehen von 150.000 € zu einem Zinssatz von 3,8 % soll mit einer Annuität von 9.399,89 € abgezahlt werden.

4.3.1 Berechnen Sie, nach wie viel Jahren das Darlehen zurückgezahlt ist. 3 BE

4.3.2 Berechnen Sie, nach wie viel Jahren die Tilgung erstmals größer als die Zinsen ausfallen wird? 3 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung **15 BE**

Gegeben sind die Punkte P(1 | 3 | -1), Q(4 | 2 | 1), R(1 | -2 | -9), S(7 | 6 | 11), $T\left(2 \mid \frac{7}{2} \mid 1\right)$, der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ sowie die Geraden $g(P;\vec{a})$ und h(QR).

5.1 Veranschaulichen Sie alle gegebenen Größen in einem kartesischen Koordinatensystem. 3 BE

5.2 Weisen Sie nach, dass sich die Geraden g und h im Punkt S schneiden. 4 BE

5.3 Das Dreieck SQT ist die Grundfläche eines geraden dreiseitigen Prismas mit der Höhe $h = \frac{5 \cdot \sqrt{5}}{2}$ LE . 3 BE

Berechnen Sie einen Höhenvektor $\vec{h}$ mit der Länge h.

5.4 Zeichnen Sie das Prisma in das unter 5.1 verwendete Koordinatensystem ein. 1 BE

5.5 Das Dreieck SQA ist ein an Q rechtwinkliges Dreieck. Der Punkt A liegt auf der Geraden g. Berechnen Sie die Koordinaten von A. 4 BE

6 Statistik **15 BE**

6.1 Für eine Großstadt wurden für ein Kalenderjahr die Zahl der Neugeborenen in Abhängigkeit vom Alter der Mutter erfasst.

Altersklasse (Jahre)	[15 – 20[	[20 – 25[	[25 – 30[	[30 – 35[	[35 – 40[	[40 - 55[
Zahl der Neugeborenen $H(x_i)$	56	265	398	210	67	4

6.1.1 Berechnen Sie die relativen und die kumulierten relativen Häufigkeiten. 2 BE

6.1.2 Stellen Sie den obigen Sachverhalt grafisch dar. Begründen Sie Ihre Diagrammwahl. 2 BE

6.2 Die Befragung einer Studentengruppe von 15 Personen bezüglich ihrer monatlichen Ausgaben ergab folgende Daten:

700 €;	200 €;	1300 €;	1450 €;	800 €;
1200 €;	900 €;	850 €;	1400 €;	800 €;
750 €;	3000 €;	1500 €;	1255 €;	950 €

6.2.1 Berechnen Sie die drei Mittelwerte. Interpretieren Sie diese inhaltlich. 4 BE

6.2.2 Begründen Sie, welcher Mittelwert die Stichprobe am besten charakterisiert. 2 BE

6.3 Bei Klimaaufzeichnungen werden unter anderem die monatlichen Regentage erfasst. Für die Städte A und B gibt die folgende Übersicht die Zahl der Regentage an.

Monat	Jan.	Feb.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sep.	Okt.	Nov.	Dez.
$A(x_i)$	3	3	4	8	12	18	17	16	12	10	8	3
$B(x_i)$	14	13	14	10	10	8	5	4	5	10	10	11

6.3.1 Berechnen Sie für die Städte A und B jeweils die Standardabweichung. 3 BE

6.3.2 Berechnen Sie für die Stadt A den absoluten und prozentualen Anteil der Monate, deren Zahl der Regentage außerhalb des Streuungsintervalls $I[\bar{x} - s ; \bar{x} + s]$ liegen. 2 BE