



Prüfung 2017

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Gegeben sind die Funktion f durch $f(x) = e^x \left(\frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{3}{2} \right)$ und ihre Ableitungsfunktion f' durch $f'(x) = e^x \left(\frac{3}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} \right)$.

25 BE

- 1.1 Begründen Sie, in welchen der Abbildungen es sich **nicht** um den Grafen von f handeln kann.

3 BE

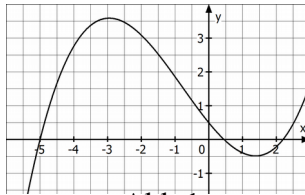


Abb.1

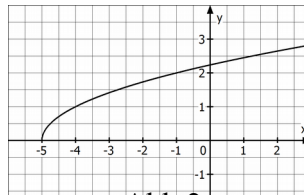


Abb.2

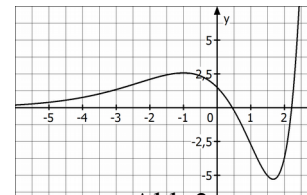


Abb.3

- 1.2 Untersuchen Sie den Grafen von f' auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie lokale Extrempunkte. Begründen Sie nun, in welchen Intervallen sich Wendestellen von f' befinden. 10 BE
- 1.3 Begründen Sie nur mit Hilfe der Rechnungen aus 1.2 zwei Eigenschaften der Ausgangsfunktion f . 4 BE
- 1.4 Stellen Sie die Funktion f' im Intervall $I [-6 ; 1,8]$ grafisch dar. 2 BE
- 1.5 Diskutieren Sie die Anzahl der Nullstellen der Grafen von $g(x) = f'(x) + t$, $t \in \mathbb{R}$, in Abhängigkeit von t . 4 BE
- 1.6 Schraffieren Sie in der Grafik aus 1.4 die Fläche, deren Flächeninhalt im folgenden Term angenähert wird: $\lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^{-1} f'(x) dx$. Berechnen Sie nun diesen Term. 2 BE

- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

10 BE

- 2.1 Berechnen Sie alle Asymptoten der Funktion $y = f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 2}$. 3 BE
- 2.2 Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer arithmetischen Zahlenfolge mit den gegebenen Folgengliedern $a_{12} = 8$ und $a_{19} = 9$. 3 BE
- 2.3 Geben Sie die Funktionsgleichung einer Wurzelfunktion an, die den Wertebereich $W_f = \{ y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 2 \}$ besitzt. 2 BE
- 2.4 Faktorisieren Sie so weit wie möglich: $x^4 - 1$ 2 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben sind die Funktionen f und g durch $f(x) = 3 \ln(3x - 2) + 3$ und $g(x) = -2 \ln(-x + 2)$.

- 3.1 Geben Sie von der Funktion f den Definitionsbereich an. 1 BE
- 3.2 Berechnen Sie die Nullstellen des Grafen von f . 4 BE
Zeigen Sie, dass der Graf von f keine lokalen Extremstellen besitzt.
- 3.3 Skizzieren Sie den Grafen der Funktion f in einem geeigneten Intervall. 1 BE
- 3.4 Eine Gerade n und die Koordinatenachsen begrenzen ein gleichschenkliges Dreieck. Diese Gerade schneidet eine Tangente der Funktion f im Berührungspunkt orthogonal. Berechnen Sie die Gleichung der Geraden n . 5 BE
- 3.5 Berechnen Sie die Stelle x_d mit $0,78 \leq x_d \leq 1,97$, an der die Differenz der Funktionswerte von f und g am größten ist. 4 BE

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

- 4.1 Von einem geraden Prisma $ABCDEF$ sind die Punkte $A(4 | 1 | -1)$, $D(4 | 1 | 4)$ sowie die Vektoren $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ gegeben.

4.1.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B , C , E und F . 3 BE

4.1.2 Berechnen Sie das Volumen des Prismas. 2 BE

- 4.2 Gegeben sind der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, die Punkte $G(-2 | 1 | 3)$, $H(1 | 3 | 6)$ und

$I(2 | -\frac{5}{2} | 4)$ sowie die Geraden $g(GH)$, $h(I, \vec{a})$ und k mit $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

4.2.1 Untersuchen Sie die Lagebeziehung von g und h . 4 BE

4.2.2 „Die Gerade k schneidet die Geraden g und h orthogonal.“ 6 BE

Der Abstand der Schnittpunkte beträgt $d = \frac{\sqrt{61}}{2}$ LE.“

Weisen Sie durch Rechnung den Wahrheitswert dieser Aussage nach.

5 Finanzmathematik

15 BE

- 5.1 Peter und Paul möchten ihr Kapital zu einem Zinssatz von $p = 3,5\%$ fest anlegen. 4 BE
Peter behauptet, dass sich seine 2.000 € bei einer Anlage mit Zinseszins nicht schneller verdoppeln als Pauls 5.000 € mit einfacher Verzinsung.
Paul sagt, dass es für die Bestimmung der Zeit einer Kapitalverdoppelung bei beiden Verzinsungen nicht auf die Höhe des Startkapitals ankommt.
Begründen Sie den Wahrheitswert der Aussagen.
- 5.2 Herr P. möchte nach 15 Jahren ein mit $2,5\%$ verzinster angespartes Vermögen nutzen, um sich jährlich die Zinsen in Höhe von 3.000 € auszahlen zu lassen. Dafür will er 10 Jahre lang jährlich nachschüssig einen Betrag R auf ein Konto einzahlen, um danach weitere 5 Jahre jährlich nachschüssig 12.000 € auf dasselbe Konto zu überweisen.
- 5.2.1 Wie groß muss das angesparte Vermögen sein? 1 BE
- 5.2.2 Berechnen Sie die Rente R . 3 BE
- 5.2.3 Welche einmalige Zahlung zu Beginn der Laufzeit würde den gleichen Ertrag erzielen? 1 BE
- 5.3 Familie Gube benötigt ein Investitionskapital. 6 BE
Sie nehmen das Angebot der Bank über ein Annuitätendarlehen mit $p = 2,57\%$ gern an, denn bereits im 2. Jahr ist die Tilgung mit 6.800 € genau doppelt so groß wie die Zinsen.
Berechnen Sie, um wie viel Prozent der von Familie Gube insgesamt zurückgezahlte Betrag das Investitionskapital übersteigt.

6 Statistik

15 BE

6.1 Begründen Sie die Notwendigkeit der Verwendung verschiedener Skaleneinteilungen in Abhängigkeit von den möglichen Merkmalsausprägungen. 6 BE

6.2 Für die folgende Problematik gilt allgemein folgende Regel:
Im **Signifikanzbereich** von „Mittelwert \pm Standardabweichung“ befinden sich 68 % aller Teilnehmer einer Umfrage.

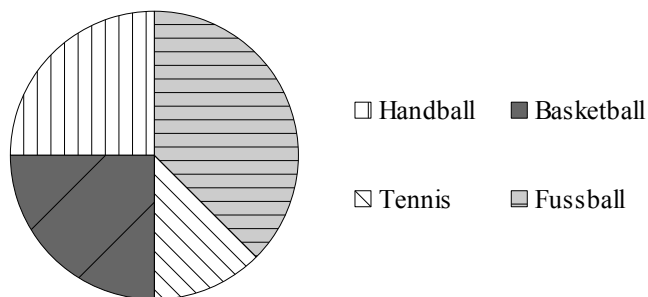
Nach einer repräsentativen Umfrage zieht man den Schluss, dass die im **Signifikanzbereich** liegenden 1700 Teilnehmer monatliche Handykosten zwischen 19,80 € und 27,20 € haben.

6.2.1 Bestimmen Sie die Standardabweichung und die Varianz. 2 BE

6.2.2 Berechnen Sie die Anzahl der Umfrageteilnehmer. 1 BE

6.2.3 Finden Sie für eine Befragung von 6 Personen zu ihren unterschiedlichen monatlichen Handykosten eine mögliche Ergebnismenge, sodass sie den Mittelwert von 23,50 € hat. 2 BE

6.3 Von allen Schülern der Fachoberschule sind 20 % in jeweils genau einem Sportverein aktiv tätig (Verteilung siehe Grafik).
Der Schülersprecher sieht, dass man die relativen Häufigkeiten für die Sportarten im Diagramm erkennt. Er hat überschlagen, dass somit zwischen 21 und 27 Schüler sportlich aktiv sind. 4BE



Geben Sie jeweils die absolute und relative Häufigkeit für die betriebenen Sportarten an.
Berechnen Sie die Gesamtzahl der Fachoberschüler.