Freistaat Thüringen
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfung 2018

Fachoberschule
und
Fachschule
(Prüfung zum Erwerb der Fachhochschulreife)

Fach:	**Mathematik**
Fachrichtungen:	**Ernährung und Hauswirtschaft** **Gestaltung, Technik** **Gesundheit und Soziales** **Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit:	210 Minuten
Hilfsmittel:	von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung; Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig); Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben sind die Funktion $y = f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^4 + 3 \cdot x^2 - \frac{5}{2}$ **25 BE**

und die Gerade g durch die Punkte $A(-1 \mid -8)$ und $B\left(\frac{1}{2} \mid -2\right)$.

1.1 Untersuchen Sie den Wahrheitswert folgender Aussage: „**Keine** der unten angezeigten Abbildungen ist der Graf der zweiten Ableitung der Funktion f.“ 3 BE

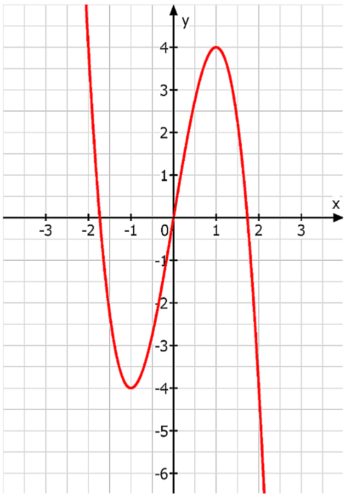


Abbildung 1

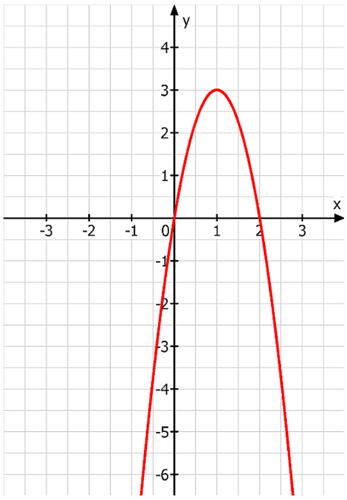


Abbildung 2

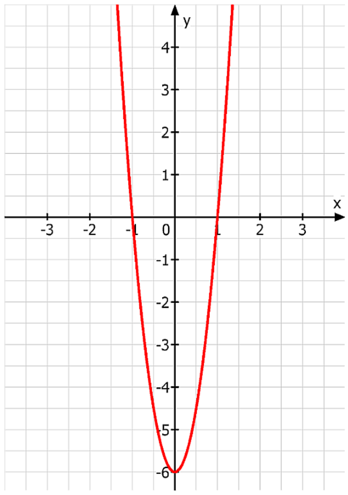


Abbildung 3

1.2 Berechnen Sie unter Angabe der vollständigen Lösungsverfahren und -schritte die Achsenschnittpunkte des Grafen der Funktion f. 4 BE

1.3 Untersuchen Sie den Grafen von f auf lokale Extrem- und Wendepunkte. 5 BE

1.4 Skizzieren Sie die Grafen von f und f '' in einem geeigneten Intervall. 2 BE

1.5 Durch Vertikalverschiebung des Grafen der Funktion f ändern sich die Anzahl und die Lage der Nullstellen. Geben Sie diese Anzahl in Abhängigkeit des entsprechenden Koeffizienten der Funktionsgleichung an. 4 BE

1.6 Die Grafen der Funktionen f und f '' begrenzen im Intervall I [-1,5 ; 1,5] eine Fläche vollständig.
Berechnen Sie deren Flächeninhalt. 2 BE

1.7 Die Gerade g(AB) ist eine Tangente an den Grafen der Funktion f.

1.7.1 Diskutieren Sie die Lage und Art dieser speziellen Tangente g. 3 BE

1.7.2 Berechnen Sie die Gleichung der zu g parallel verlaufenden Tangente h an den Grafen von f. 2 BE

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**

2.1 Geben Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer monoton fallenden Zahlenfolge an, die als obere Grenze $G_o = 7$ und als untere Grenze $G_u = 2$ besitzt. 3 BE

2.2 Gegeben ist die Funktion $q(x) = \frac{3 \cdot x^2 + 5}{x^2 - 4}$. Geben Sie die Asymptoten an. 3 BE

2.3 Geben Sie den Wertebereich der Funktion $w(x) = 1 + \sqrt{4 - 2 \cdot x}$ an. 2 BE

2.4 Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich: 2 BE

$$\frac{x^3 - 4 \cdot x^2 + 4 \cdot x}{x^2 - 2 \cdot x}$$

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen **15 BE**

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = (2 \cdot x - 4) \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x}$ sowie eine zugehörige Stammfunktion $F(x) = (4 \cdot x - 16) \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x} + 2018$.

3.1 Untersuchen Sie den Grafen von f auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Geben Sie dessen Verhalten im Unendlichen an. 4 BE

3.2 Diskutieren Sie die Anzahl der Nullstellen aller Grafen von $g_k(x) = f(x) + k, \; k \in \mathbb{R}$ 5 BE

3.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von den Koordinatenachsen und dem Grafen von f vollständig eingeschlossen wird. 1 BE

3.4 Gegeben ist ein zur Ordinatenachse symmetrisches Rechteck ABCD mit $C(t \mid f(t))$ und $D(t \mid 0)$, $0 \le t \le 2$. Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt dieses Rechtecks ABCD . 5 BE

4 Finanzmathematik **15 BE**

4.1 Institutionelle Anleger (z.B. Versicherungen) investieren seit Jahrzehnten große Summen in afrikanische Banken. Es handelt sich unter anderem um einmalige Einzahlungen mit Zinseszins.

4.1.1 Ein Startkapital von 1.000.000 € wird mit einem Zinssatz von p = 6 % angelegt. Berechnen Sie, wie viele Jahre y es dauert, bis der Jahreszins erstmals den Wert des Startkapitals übersteigt. 3 BE

4.1.2 Begründen Sie, ob die Zahl y in Aufgabe 4.1.1 von der Höhe des eingesetzten Startkapitals abhängt. 2 BE

4.2 Lutz plant, anlässlich seiner Festanstellung als Ingenieur seine finanzielle Zukunft neu zu ordnen. Um für seinen Traum von einem Eigenheim vorzusorgen, möchte er jährlich nachschüssig 6.000 € in einen mit 3,4 % verzinsten Bausparvertrag 12 Jahre lang einzahlen. Nach 4 Jahren heiratet er seine Freundin Ciara. Durch ihren Verdienst kann seine jährliche Rate bis zum Ende der Laufzeit um jährlich 4.000 € aufgestockt werden.

4.2.1 Lutz möchte zum Ende der Laufzeit ein Haus zum Preis von 230.000 € erwerben. Berechnen Sie die Höhe des noch zu beantragenden Darlehens, damit der Kaufpreis gezahlt werden kann. 3 BE

4.2.2 Der Opa von Lutz möchte zur Hochzeit eine Einmalzahlung für diesen Bausparvertrag leisten, damit der Anteil von Lutz in den letzten 8 Jahren nicht mehr anfällt. Berechnen Sie diese Einmalzahlung, damit das Sparziel von Aufgabe 4.2.1 erreicht wird. 3 BE

4.3 Ein mit 3,8 % verzinstes Annuitätendarlehen von 106.808,48 € soll nach 15 Jahren getilgt sein. Berechnen Sie, ab welchem Jahr der Rückzahlung die Tilgung mehr als das Doppelte der Zinsen beträgt. 4 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung **15 BE**

Gegeben sind die Punkte $A(5 \mid 1 \mid 2)$, $C(1 \mid 6 \mid -1)$, $S\left(0 \mid \frac{7}{2} \mid \frac{9}{2}\right)$,

der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ sowie die Geraden g(A, C) und $h(S\,,\vec{a})$.

5.1 Begründen Sie durch Rechnung folgende Aussage: „Die Geraden g und h schneiden sich in einem Punkt M und verlaufen orthogonal.“ 6 BE

5.2 Die Strecke $\overline{AC}$ ist eine Diagonale der quadratischen Grundfläche einer geraden Pyramide ABCDS.

5.2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B und D. 6 BE

5.2.2 Zeichnen Sie diese Pyramide in ein kartesisches Koordinatensystem. 2 BE

5.2.3 Berechnen Sie das Volumen dieser Pyramide. 1 BE

6 Statistik

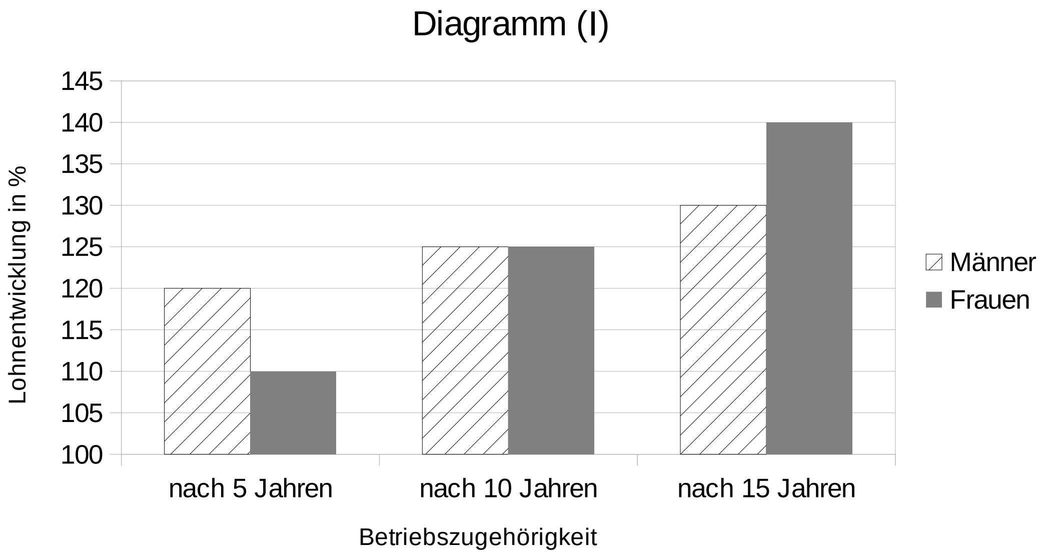
15 BE

6.1 Bei der Skalierung der folgenden Merkmale traten Fehler auf: 6 BE

Nominalskala: Familienstand, Geschlecht, Ölverbrauch, Wohnort
Ordinalskala: Schulnoten, Nationalität, Stärke von Erdbeben
Metrische Skala: Temperaturmessung, Schuhgröße, Geschwindigkeitsmessung

Korrigieren Sie die Angaben und begründen Sie Ihre Entscheidung.

6.2 Eine Schülergruppe stellte folgende These (I) auf: „Die Benachteiligung der Frau bei der Entlohnung ihrer Arbeit hebt sich mit zunehmender Betriebszugehörigkeit auf.“
Zur Veranschaulichung ihrer These entwickelten sie das Diagramm (I):



6.2.1 Beschreiben Sie den im Diagramm dargestellten Sachverhalt. 3 BE

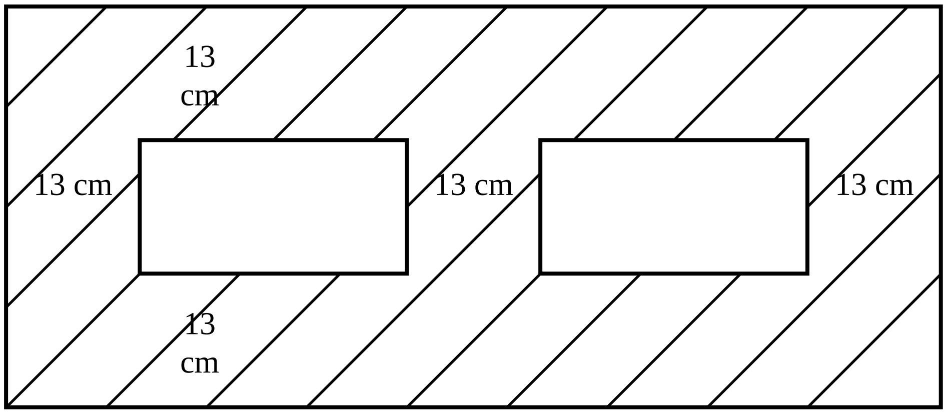
6.2.2 Entwickeln Sie ein eigenes Diagramm (II) zu diesem Sachverhalt. Berücksichtigen Sie dabei, dass das Einstiegsgehalt der Männer im Durchschnitt 20 % höher liegt als das der Frauen. 4 BE

6.2.3 Begründen Sie durch Vergleich der beiden Diagramme den Wahrheitswert der These (I) . 2 BE

7 Angewandte Mathematik $\boxed{\textbf{15 BE}}$

7.1 Ein Schornstein steht auf einer waagerechten Ebene. Von einem Punkt dieser Ebene erscheint die Spitze unter dem Höhenwinkel $\alpha = 15{,}5°$. Geht man 350 m weiter auf den Mast zu, so erscheint sie unter dem Höhenwinkel $\beta = 40{,}5°$. Berechnen Sie die Höhe des Schornsteins. 4 BE

7.2 Dieser Schornstein soll mit zwei rechteckigen Zügen mit möglichst geringem Materialaufwand hochgezogen werden, wobei die Trennwand und die Seitenwände eine einheitliche Dicke von 13 cm haben müssen. Der Innenquerschnitt der Züge soll je 340 cm² betragen (nicht maßstäbliche Skizze). 8 BE



Berechnen Sie unter den angegebenen Bedingungen die Länge und Breite eines Zuges sowie die Außenmaße des Schornsteins.

7.3 Leiten Sie aus der Gleichung für die Berechnung des Flächeninhaltes eines allgemeinen Dreiecks die Gleichung des Flächeninhalts eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a in Abhängigkeit von dessen Umfang her. 3 BE