



Prüfung 2019

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

25 BE

- 1 Gegeben sind die Funktionen $y = e(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ und $y = f(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x$.

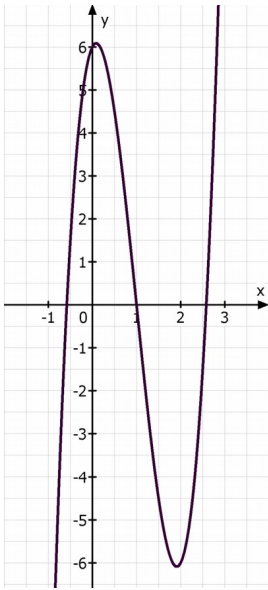


Abbildung 1

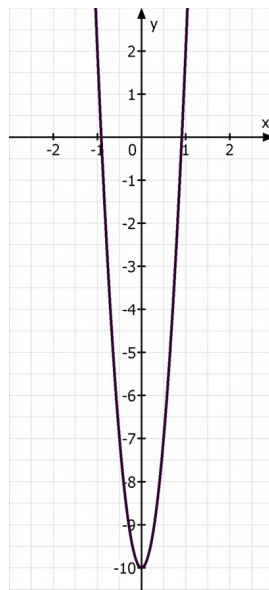


Abbildung 2

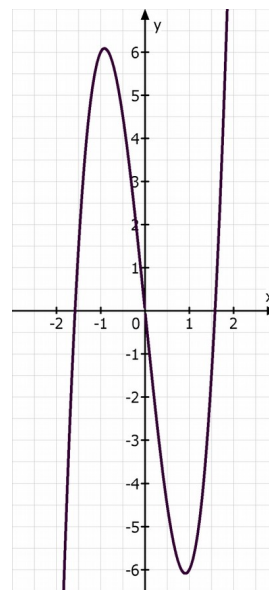


Abbildung 3

- 1.1 Die oben angezeigten Abbildungen sind Grafen von Ableitungsfunktionen (1. oder 2. Ableitung) der Funktionen e oder f. Begründen Sie Ihre Zuordnung. 6 BE
- 1.2 „Die Grafen der Funktionen e und f sind in ihrer Form identisch. Sie unterscheiden sich lediglich in ihrer Lage im Koordinatensystem.“ Begründen Sie durch Rechnung den Wahrheitswert dieser Aussage. Schließen Sie auf die Lagebeziehung beider Grafen. 9 BE
- 1.3 Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Tangenten der Grafen der Funktionen e und f an der Stelle $x = \frac{1}{2}$. 3 BE
- 1.4 Der Graf der Funktion f teilt die Fläche, die vom Grafen der Funktion e und den Koordinatenachsen im Intervall $I = [0 ; 1]$ vollständig begrenzt wird, in zwei Teilflächen. Berechnen Sie das Verhältnis dieser Teilflächen. 3 BE
- 1.5 Der Graf der Funktion f begrenzt mit der Abszissenachse im Intervall $I = [0 ; 2]$ eine Fläche vollständig. In diese Fläche soll ein Rechteck maximalen Flächeninhalts einbeschrieben werden. Berechnen Sie diesen maximalen Flächeninhalt. 4 BE

Hinweis: Achten Sie auf eine effektive Vorgehensweise.

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug.
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

10 BE

2.1 Geben Sie eine konvergente monoton steigende Zahlenfolge an.

2 BE

2.2 Berechnen Sie die Lösungsmenge L_x für die Gleichung $2 - x = \sqrt{2x - 4}$.

3 BE

2.3 Berechnen Sie den Anstieg des Grafen von $g(x) = x \cdot \ln(x) - x$
an der Stelle $x = e^2$.

2 BE

2.4 Berechnen Sie alle Asymptoten der Funktion $y = f(x) = \frac{x^2+2}{2x-2}$.

3 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = (t - e^x)^2$ mit $x \in \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}$.

3.1 Untersuchen Sie den Grafen von f_t auf lokale Extrempunkte
in Abhängigkeit von t .

4 BE

3.2 Geben Sie das Verhalten im Unendlichen von $f_3(x)$ an.
Skizzieren Sie den Grafen von f_3 im Intervall $I [-3 ; 1,7]$.

4 BE

3.3 Es sei $F_3(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 6e^x + 9x + 2019$ eine Stammfunktion von $f_3(x)$.

2 BE

Berechnen Sie den Flächeninhalt, den der Graf von f_3 mit den Koordinatenachsen
vollständig einschließt.

3.4 Eine quadratische Funktion $q(x)$ besitzt die gleichen Schnittpunkte mit den
Koordinatenachsen wie der Graf von f_3 .
Die Symmetrieachse des Grafen von q ist $x = \ln(3)$.

3.4.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von $q(x)$.

3 BE

(Kontrollergebnis: $y = q(x) = 3,31x^2 - 7,28x + 4$)

3.4.2 „Der Abstand der Funktionswerte der Grafen von f_3 und q
an der Stelle $x = \ln(2)$ ist größer als 0,5.“

2 BE

Prüfen Sie den Wahrheitswert dieser Aussage.

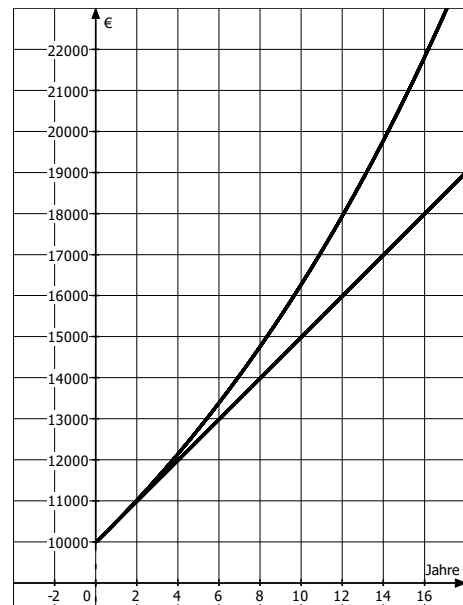
4 Finanzmathematik

15 BE

4.1 Das gegebene Diagramm verdeutlicht an einem Beispiel den Unterschied zwischen der Kapitalanlage mit Zinseszins und einfacher Verzinsung.

4.1.1 Begründen Sie, welcher Graf die Anlage mit einfacher Verzinsung darstellt.

4.1.2 Geben Sie für beide Grafen jeweils eine Funktionsgleichung an.



2 BE

3 BE

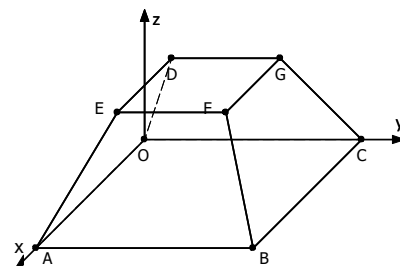
4.2 Herr Hahn ist 18 Jahre alt und hat für seine private Altersvorsorge folgenden Plan: 5 BE
 Ab sofort zahlt er 12 Jahre lang jährlich nachschüssig zu einem Zinssatz von 2,3 % einen Betrag von $R_1 = 1.200$ € auf ein Konto ein. Danach möchte er n Jahre lang einen höheren Betrag R_2 jährlich nachschüssig einzahlen. Das bis dahin so angesparte Kapital soll nun noch einmal genauso viele Jahre ($12 + n$) mit Zinseszins fest angelegt werden. Somit bekommt er ab seinem 60. Geburtstag aus dem Vermögen nachschüssig 15 Jahre lang, also bis das Konto erloschen ist, eine jährliche Rente von 5.743,89 € ausgezahlt. Berechnen Sie den Betrag R_2 .

4.3 Familie Kraus möchte ein Haus bauen und benötigt 180.000 €. 5 BE
 Dafür beantragt sie ein Annuitätendarlehen. Von der Bank bekommen sie ein Angebot zu einem Zinssatz von 2,1 % und die Garantie, dass die Tilgung im 10. Jahr genau doppelt so groß ist wie die Zinsen. Berechnen Sie die Annuität und die Laufzeit.

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben ist folgender quadratischer Pyramidenstumpf mit der Seitenlänge der Grundfläche von 10 LE und den Koordinaten der Punkte $O(0 | 0 | 0)$ und $F(8 | 8 | 4)$. (Hinweis: Die Skizze ist nicht maßstäblich.)



5.1 Geben Sie die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte an. 3 BE

5.2 Durch die Seitenfläche OAED soll eine Gerade g senkrecht durch den Schnittpunkt der Diagonalen dieser Seitenfläche verlaufen. Berechnen Sie die Spurpunkte dieser Geraden. 5 BE

5.3 Berechnen Sie die Höhe der gesamten Pyramide, wenn die Spitze noch vorhanden wäre. 2 BE

5.4 Parallel zur Fläche DEFG existiert eine Schnittfläche $D'E'F'G'$, die das Volumen der gesamten Pyramide halbiert. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes F' . 5 BE

6 Statistik

15 BE

6.1 An einer Berufsschule lernen 760 Auszubildende. Bei einer Befragung, an der 20 % nicht teilnahmen, gaben 152 Azubis an, mit öffentlichen Verkehrsmitteln zu kommen, 50 % nutzen das Auto und 76 Azubis das Fahrrad. Der Rest geht zu Fuß. Stellen Sie das Ergebnis der Befragung in einem Kreisdiagramm dar.

3 BE

6.2 Die Merkmalsausprägungen werden in verschiedene Skalen eingeteilt. Nennen Sie die Skalen und begründen Sie die Notwendigkeit der Unterteilung mit Hilfe geeigneter Beispiele.

6 BE

6.3 Von einem Experiment zur Bestimmung der Fallbeschleunigung sind folgende Messreihen bekannt:

6 BE

Schüler A

Versuch	1	2	3	4	5	6
Fallbeschleunigung in m/s^2	9,76	9,80	9,87	9,81	9,84	9,78

Schüler B

Versuch	1	2	3	4	5	6
Fallbeschleunigung in m/s^2	9,83	9,78	9,86	9,79	9,83	9,77

Begründen Sie mit Hilfe geeigneter Streuungsparameter, welcher Schüler genauer gemessen hat.

7 Technische Mathematik

15 BE

Die nebenstehende Skizze kann für verschiedene Anwendungen verwendet werden.

7.1 Das grau dargestellte Werkstück soll in einer Lehre (gleichseitiges Dreieck ABC) gebogen werden.

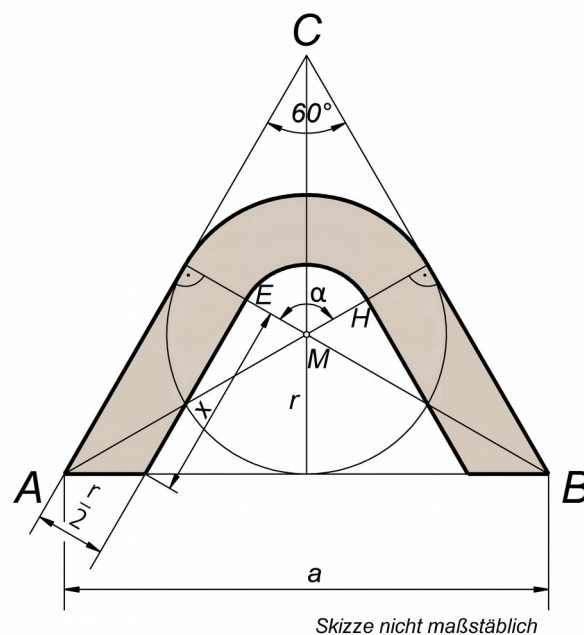
7.1.1 Geben Sie den Winkel α an.

1 BE

7.1.2 Die Fläche des Werkstücks soll in Abhängigkeit von der Kantenlänge a des Dreiecks berechnet werden.

12 BE

Leiten Sie die erforderliche Formel her.
Berechnen Sie für $a = 30$ cm den Flächeninhalt des Werkstücks.



Skizze nicht maßstäblich

7.2 Das graue Flächenstück zeigt eine Straße mit einer Breite von 10 m. Berechnen Sie die Kantenlänge a des gleichseitigen Dreiecks.

2 BE