Freistaat Thüringen

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfung 2019

Fachoberschule

Fach: **Mathematik**

Fachrichtungen: **Ernährung und Hauswirtschaft**
Gestaltung, Technik
Gesundheit und Soziales
Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist eine ganzrationale Funktion f(x) 3. Grades. Sie schneidet die Abszissenachse unter anderem bei $x_0 = 1$ und die Ordinatenachse bei $y_s = 6$. **25 BE**

Der Graf von f hat einen lokalen Extrempunkt bei $P_E\left(3 \mid -\frac{96}{5}\right)$.

Weiterhin ist eine Funktion h mit $h(x) = (x-3)(x+2)(x-1)$ gegeben.

1.1 Berechnen Sie eine Funktionsgleichung von f(x). 4 BE

(Kontrollergebnis: $f(x) = 2x^3 - \frac{46}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 6$)

1.2 Geben Sie mit Hilfe mathematischer Symbolik die Veränderung der Funktionsgleichung von f(x) für die folgenden Fälle an: 2 BE

I Der Graf von f wird an der Abszissenachse gespiegelt.
II Der Graf von f wird um 2 Einheiten nach rechts verschoben.

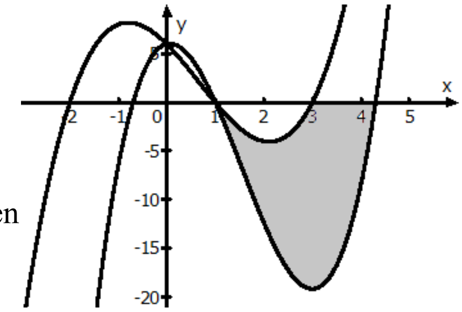
1.3 Alex sieht die Gleichung der Funktion h und trifft zwei Aussagen: 4 BE

I „Der Graf von h hat Nullstellen bei $x_1 = 3$, $x_2 = -2$ und $x_3 = 1$."
II „Die Funktion h muss die erste Ableitung von der Funktion f sein, da sie ja eine Nullstelle an der Extremstelle von f besitzt."

Begründen Sie jeweils, ob es sich um eine wahre oder falsche Aussage handelt.

1.4 Untersuchen Sie den Grafen von f auf lokale Extrempunkte. 5 BE
Berechnen Sie den Abstand des lokalen Minimums zum Koordinatenursprung.

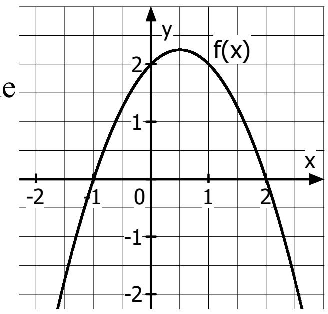
1.5 Die Tangente t an den Grafen von f im Punkt mit dem kleinsten Anstieg schneidet die Abszissenachse bei x_1. Berechnen Sie x_1. 5 BE



1.6 Die nebenstehende Abbildung zeigt die Grafen der Funktionen von f und h. Berechnen Sie den Flächeninhalt der grau markierten Fläche. 5 BE

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**

2.1 Übertragen Sie das folgende Bild und skizzieren Sie eine mögliche Stammfunktion zur Funktion f in dasselbe Koordinatensystem. 2 BE



2.2 Berechnen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichung: $\frac{9}{(x-2)^2} - 5 = \frac{4}{(x-2)^2}$ 3 BE

2.3 "Der Definitionsbereich der Funktion $y = f(x) = \ln(x^2 - 4)$ lautet $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$." 2 BE
Prüfen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

2.4 Gegeben ist die Zahlenfolge (a_n) mit $(a_n) = \left(\frac{n^k + 4}{n^3 - 4n}\right)$, $k \in \mathbb{N}$. 3 BE

Diskutieren Sie den Grenzwert der Zahlenfolge (a_n) in Abhängigkeit von k.

Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen — 15 BE

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = (-x^2 + 3x)\cdot e^{\frac{1}{2}\cdot x}$.

3.1 Geben Sie die Schnittpunkte des Grafen von f mit den Koordinatenachsen und das Verhalten im Unendlichen an. — 3 BE

3.2 Berechnen Sie alle Punkte des Grafen von f, deren Tangenten parallel zur Abszissenachse verlaufen. — 3 BE

3.3 Begründen Sie die Anzahl und Lage möglicher Wendestellen. — 4 BE

3.4 Geben Sie an, für welche $a \in \mathbb{R}$ alle Grafen der Funktion h mit $h_a(x) = f(x) + a$ keine Nullstelle besitzen. — 1 BE

3.5 Die Punkte O, A und B mit $O(0 \mid 0)$, $A(t \mid 0)$ und $B(t \mid f(t))$, $0 \le t \le 3$, bilden ein Dreieck .
Berechnen Sie t für den Fall, dass das Dreieck OAB den maximalen Flächeninhalt besitzt. — 4 BE

4 Finanzmathematik — 15 BE

4.1 Im Oktober 2018 betrug der Zinssatz für 10-jährige Staatsanleihen (einfache Verzinsung) für Deutschland 0,44 % und für Griechenland 4,18 %. Die gesamten Staatsschulden von Deutschland belaufen sich zu dieser Zeit auf $2\cdot 10^{12}$ €. Aus dem Staatshaushalt sollten pro Jahr $9\cdot 10^{10}$ € für Zinsen und Tilgung zur Verfügung stehen.

4.1.1 Die Staaten Deutschland und Griechenland nehmen jeweils eine neue 10-jährige Staatsanleihe von 4.000.000.000 € auf. Berechnen Sie, wie viel Euro an Zinsen der Staat Griechenland im Vergleich zu Deutschland pro Jahr mehr bezahlen müsste. — 2 BE

4.1.2 Berechnen Sie, bei welchem Zinssatz Deutschland für seine gesamten Staatsschulden pro Jahr nur noch Zinsen und keine Tilgung mehr zahlen könnte. — 2 BE

4.2 Sein ehemaliges Unternehmen bietet Herrn K. Schogun aus einem mit 3,1 % verzinsten Rentenkonto 15 Jahre lang nachschüssig eine jährliche Rente von 10.124,84 € an. Das Rentenkonto ist dann erloschen. Berechnen Sie, nach wie viel Jahren das Rentenkonto erlöschen würde, wenn die ausbezahlte Rente um 1.984,20 € vermindert würde. — 4 BE

4.3 Ein mit 3,3 % verzinstes Annuitätendarlehen von B = 200.000 € soll nach 15 Jahren genau zur Hälfte und nach n Jahren vollständig getilgt sein.

4.3.1 Berechnen Sie n. — 4 BE

4.3.2 Herr F. sagt: „Würde man die Darlehenssumme B (bei gleichem Zinssatz und Halbierung der Restschuld nach 15 Jahren) erhöhen, erhöht sich auch immer die Laufzeit bis zur vollständigen Tilgung.“ Prüfen Sie den Wahrheitswert dieser Aussage. — 3 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung **15 BE**

Gegeben sind die Punkte $A(1 \mid 0 \mid 2)$, $B\left(-\frac{5}{2} \mid -1 \mid 2\right)$ und $C(2 \mid -4 \mid -1)$,

der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$ sowie die Geraden $g(A, \vec{a})$ und $h(B, C)$.

5.1 Weisen Sie die Lagebeziehung der Geraden g und h nach. 5 BE

5.2 Die zur Geraden h senkrechte Strecke $\overline{AD}$ verbindet die Geraden g und h. Berechnen Sie den Punkt D auf h und die Länge der Strecke $\overline{AD}$. 5 BE

5.3 Berechnen Sie den Spurpunkt (Durchstoßpunkt) E der Geraden h mit der xz-Ebene. 2 BE

5.4 Zeichnen Sie das Dreieck ACE in ein kartesisches Koordinatensystem. 1 BE

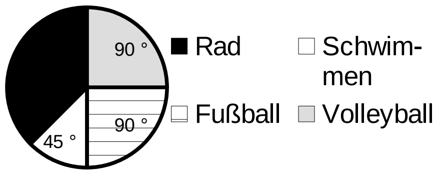
5.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ACE. 2 BE

6 Statistik **15 BE**

6.1 Entwickeln Sie ein Beispiel für eine Umfrage, mit der Sie ordinalskalierte Daten erhalten. 3 BE

6.2 Genau 200 von den 720 Schülern einer Schule wurden zu ihren sportlichen Aktivitäten befragt. Die Verteilung ist im Diagramm dargestellt: 3 BE

Von den Schülern, die aktiv Rad fahren, kommen nur 40 % damit auch zur Schule. Die Schulleitung geht von einer repräsentativen Umfrage aus und möchte Fahrradstellplätze bauen lassen. Berechnen Sie die Anzahl der notwendigen Stellplätze für diese Schule.



6.3 Die Jahresausgaben von Radfahrern für ihr Hobby wurde in einer Häufigkeitstabelle erfasst: 4 BE

Ausgabe in €	50	100	200	500	3000
Anzahl	4	6	2	6	2

Herr Kahn schlussfolgerte, dass Rad fahren mit einer durchschnittlichen Jahresausgabe von 510 € ein teures Hobby ist.
Diskutieren Sie diese Aussage.

6.4 Der Mitarbeiter eines Fahrradshops benötigt zur Reparatur der Räder Speichen mit einer Länge von 260 mm. Er untersucht von 2 Anbietern je ein Paket Speichen und stellt folgende Längen fest: 5 BE

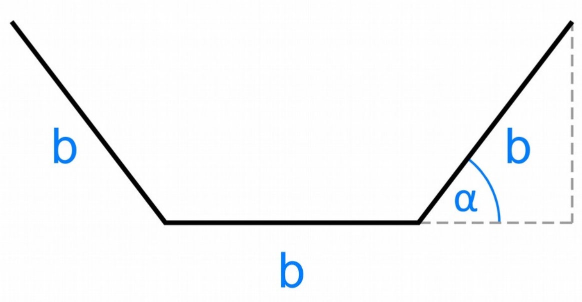
	Anbieter A				
h in mm	258	259	260	261	262
Anzahl	3	5	7	3	4

Anbieter B				
258	259	260	261	262
4	4	7	6	3

Begründen Sie durch Berechnungen geeigneter statistischer Streuungsparameter, für welchen Anbieter sich der Mitarbeiter entscheiden soll.

7 **Technische Mathematik** **15 BE**

Eine Rinne soll aus 3 gleichen Betonteilen der Breite b bestehen. Die Querschnittsfläche A der Rinne ist von α abhängig.
Der Querschnitt ist in folgender Skizze dargestellt:



7.1 Eine erste Rinne wurde mit den Maßen b = 5 m und α = 50° gebaut. Berechnen Sie die Querschnittsfläche A. 4 BE

7.2 Zeigen Sie, dass gilt: $A'(\alpha) = \frac{dA}{d\alpha} = b^2 \cdot (2 \cdot \cos^2\alpha + \cos\alpha - 1)$ 5 BE

7.3 Die Querschnittsfläche der Rinne soll für b = 5 m möglichst groß werden. Berechnen Sie α für diesen Fall.
Begründen Sie, dass zur Berechnung von α die Angabe von b nicht notwendig gewesen wäre. 6 BE