Freistaat Thüringen

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfung 2020

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	**Mathematik**
Fachrichtungen:	**Ernährung und Hauswirtschaft** **Gestaltung, Technik** **Gesundheit und Soziales** **Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung; Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig); Zeichengeräte, Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Der Graf einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades hat im Koordinatenursprung den kleinsten Anstieg und im Punkt P(2 | 4) eine Tangente, die die Abszissenachse bei $x_o = \frac{16}{9}$ schneidet. **25 BE**

1.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von f. 5 BE

1.2 Berechnen Sie für die Funktion $f(x) = 2 \cdot x \cdot (x^2 - 3)$ die notwendigen Punkte der Kurvendiskussion, um den Grafen zeichnen zu können. 4 BE

1.3 Zeichnen Sie den Grafen von f im Intervall I [-2 ; 2] . 2 BE

1.4 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Grafen von f, die die Ordinatenachse bei y = -32 schneidet. 5 BE

1.5 Der Funktionsgraf von f soll so verschoben werden, dass 4 BE
I – der neue Graf genau 2 Nullstellen besitzt,
II – das lokale Maximum des neuen Grafen im Koordinatenursprung liegt.
Geben Sie alle möglichen neuen Funktionsgleichungen an.

1.6 Der Graf von f schließt zusammen mit der Abszissenachse 2 Teilflächen vollständig ein. Der Graf von f soll so gestreckt werden, dass der Flächeninhalt der beschriebenen Gesamtfläche 27 FE beträgt. Berechnen Sie die gesuchten Streckungsfaktoren. 5 BE

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**

2.1 Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer geometrischen Zahlenfolge, von der die Folgeglieder $a_5 = 405$ und $a_8 = 10.935$ bekannt sind. 3 BE

2.2 Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich: 3 BE

$$\frac{2x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x}{2x^2 - x} \quad .$$

2.3 Geben Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktion an: 4 BE

$$y = f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

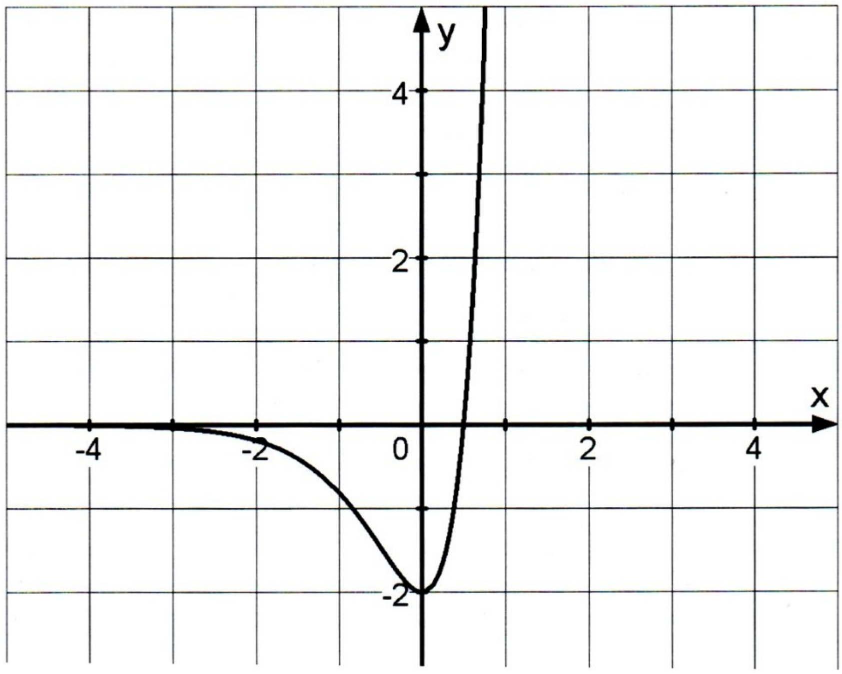
Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Die Abbildung zeigt den Grafen der Funktion $y=g(x)=(4x-2)e^{2x}, x\in R$.



3.1 Weisen Sie nach, dass g(x) genau einen Wendepunkt besitzt und bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente. — 5 BE

3.2 Gegeben ist eine zweite Funktion $y=h(x)=(-4x-2)e^{-2x}, x\in R$. Begründen Sie anhand der Funktionsterme von g und h, dass man die Grafen der beiden Funktionen durch Spiegelung an der y-Achse erhält. — 2 BE

3.3 Zeigen Sie, dass die Funktionen g(x) und h(x) zur Funktionsschar $y=f_a(x)=2ax\cdot e^{ax}-2\cdot e^{ax}, x\in R$ und $a\in R\setminus\{0\}$ gehören. Geben Sie jeweils den Wert für a an. — 2 BE

3.4 Alle Grafen der Funktion haben einen Punkt gemeinsam. Bestimmen Sie die Koordinaten dieses Punktes. — 2 BE

3.5 Jede Funktion der Schar hat eine Wendestelle. Zeigen Sie, dass alle Wendepunkte auf einer Parallelen p zur Abszissenachse liegen. Geben Sie p an. — 4 BE

4 Finanzmathematik **15 BE**

4.1 Herr K. behauptet, dass bei der Verdopplung des Kapitals durch Anlegen mit einfachen Zinsen bzw. Zinseszins stets die Anzahl der Jahre zum Zinssatz indirekt proportional sind. 4 BE
Untersuchen Sie den Wahrheitswert dieser beiden Behauptungen.

4.2 Herr Urban will 16 Jahre lang für seinen Ruhestand ein Vermögen ansparen. 5 BE
Dazu legt er die ersten 6 Jahre ein Kapital K_o mit Zinseszins zu einem Zinssatz von 1,2 % fest an. Danach möchte er die restliche Zeit nachschüssig bei gleichem Zinssatz eine jährliche Rente R auf das Konto einzahlen. Sein Freund rät ihm, die Rente R so zu wählen, dass allein ihre Ansparung die Hälfte des Vermögens ausmacht. In der Zeit des Ruhestandes möchte sich Herr Urban dann 12 Jahre lang jährlich nachschüssig bei gleichem Zinssatz eine Rente von 4.356 € auszahlen lassen, bis das Vermögen aufgebraucht ist.
Berechnen Sie für diesen Plan das Kapital K_o und die Rente R.

4.3 Durch ein Annuitätendarlehen mit einem Zinssatz von 2,35 % werden 60 % einer Investition finanziert. Im 9. Jahr der Tilgung beträgt die Restschuld 92.860,62 € und die Tilgung 14.257,09 € . 6 BE
Berechnen Sie die Laufzeit des Darlehens und die Investitionssumme.

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung **15 BE**

Gegeben sind die Punkte $A(1\,|\,2\,|\,0)$, $B(1\,|\,4\,|\,0)$, $C(5\,|\,2\,|\,2)$, $D(1\,|\,-2\,|\,0)$,

$E(1\,|\,2\,|\,4)$, der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

sowie die Geraden $g(B\,,\,D)$ und $h(C\,,\,\vec{a})$.

5.1 Weisen Sie die Lagebeziehung der Geraden g und h nach. 5 BE
Berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt.

5.2 Die Punkte ABCE definieren eine schiefe Dreieckspyramide.

5.2.1 Zeichnen Sie die Pyramide in ein kartesisches Koordinatensystem. 2 BE

5.2.2 Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist. 2 BE

5.2.3 Berechnen Sie den Schwerpunkt des Dreiecks ABC. 3 BE
Leiten Sie dazu die Formel mit Hilfe geeigneter Linearkombinationen her.

5.2.4 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide ABCE. 3 BE

6 Statistik **15 BE**

6.1 Merkmalsausprägungen bilden Skalen. Geben Sie die Skalen an und beschreiben Sie anhand jeweils eines Beispiels die Notwendigkeit der Skaleneinteilung. 6 BE

6.2 Eine Abfüllanlage für Öl wird neu in Betrieb genommen. Es sollen Flaschen mit 500 ml Öl abgefüllt werden. Beim Probelauf werden die Füllmengen x_i mit den absoluten Häufigkeiten $H(x_i)$ festgestellt.

x_i (ml)	485	490	495	500	505	510
$H(x_i)$	75	n	600	1250	250	25

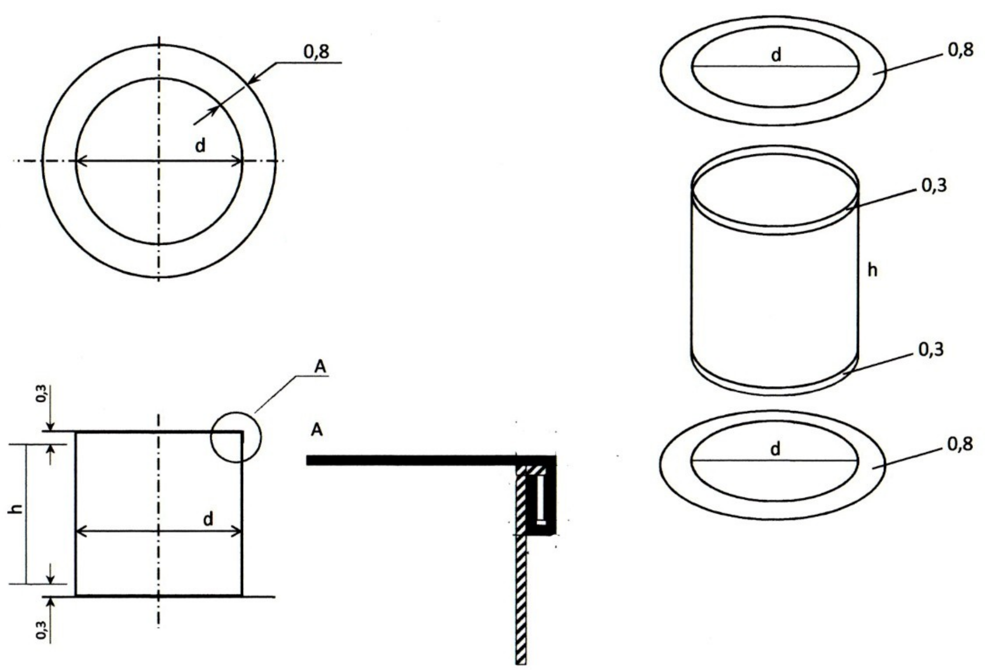
6.2.1 Durch ein Missgeschick ist die Anzahl der Flaschen mit 490 ml Inhalt nicht mehr lesbar. Das arithmetische Mittel ist mit 497,75 ml notiert worden. Berechnen sie die Anzahl der Flaschen, die im Probelauf abgefüllt wurden. 4 BE

6.2.2 Die Füllmenge soll nicht mehr als 2 % vom Sollwert abweichen. Prüfen Sie rechnerisch, ob diese Bedingung im Probelauf erfüllt wurde. 5 BE

7 Technische Mathematik **15 BE**

Eine handelsübliche Konservendose hat ein Volumen von 0,45 l.
In der Realität benötigt man bei der Herstellung der Dose den sogenannten Falz (hier angegeben in cm).

Darstellungen in verschiedenen Ansichten nicht maßstäblich.



7.1 Berechnen Sie den Durchmesser dieser Dose unter der Bedingung, dass der Materialverbrauch minimal werden soll. 9 BE

7.2 Skizzieren Sie die Zielfunktion aus 7.1 in einem geeigneten Intervall mittels Wertetabelle. Bewerten Sie Ihr Ergebnis aus 7.1. 3 BE

7.3 Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich die Höhe einer solchen Dose verringern muss, wenn bei gleichbleibenden Volumen der Radius um 20 % vergrößert wird. 3 BE