



# Prüfung 2020

## Fachoberschule

<b>Fach:</b>	<b>Mathematik</b>
<b>Fachrichtungen:</b>	<b>Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung</b>

### **Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer**

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte  
Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

## Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion  $f$  durch  $y = f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x^4 - 7 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2)$  .

25 BE

1.1 Begründen Sie jeweils, warum die Grafen folgender Funktionen **nicht** die 1. Ableitung von  $f(x)$  sein können.

3 BE

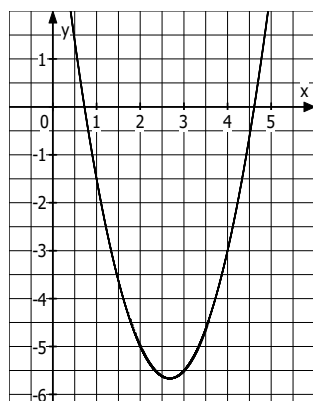


Abb.1

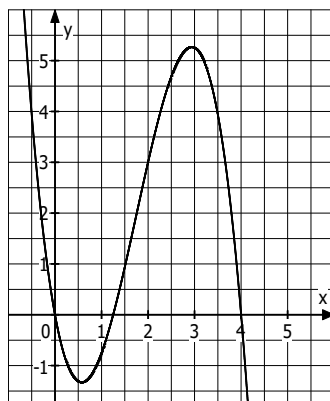


Abb.2

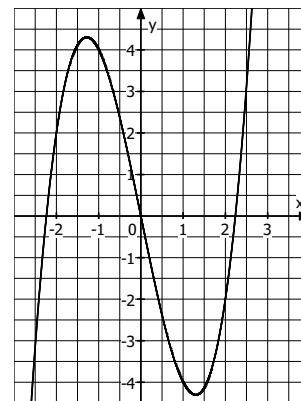


Abb.3

1.2 Berechnen Sie mit Hilfe der nötigen Schritte der Kurvendiskussion den Wertebereich von  $f$ .

8 BE

Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Geben Sie die Gleichung einer quadratischen Funktion  $q(x)$  an, die den gleichen Wertebereich wie der Graf von  $f$  besitzt.

1.3 Durch die Schnittpunkte des Grafen von  $f$  mit der Abszissenachse verlaufen Tangenten an den Grafen von  $f$ , von denen eine einen negativen Anstieg besitzt.

7 BE

Berechnen Sie zu dieser alle möglichen Gleichungen paralleler Tangenten an den Grafen von  $f$ .

1.4 Durch den Punkt  $P(u | f(u))$ ,  $0 \leq u \leq 5$ , verlaufen Parallelen zu den Koordinatenachsen, die zusammen mit diesen jeweils eine Fläche  $A$  vollständig einschließen.

6 BE

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $P$ , damit der Flächeninhalt der Fläche  $A$  maximal wird.

1.5 Verändern Sie in der Funktionsgleichung von  $f$  genau einen Koeffizienten, damit der neue Graf achsensymmetrisch zur Ordinatenachse verläuft.

1 BE

- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**
- 2.1 Die Gleichung  $x^2 - 7 \cdot x + k + 3 = 0$ ,  $k \in \mathbb{R}$ , besitzt 2 Lösungen, deren Produkt 10 ergibt. Berechnen Sie für diesen Fall  $k$ . 3 BE
- 2.2 Der Graf von  $y = f(x) = x^2$ , der in Abszissenachsenrichtung verschoben wird, schließt zusammen mit den Koordinatenachsen eine Fläche  $A$  vollständig ein. Berechnen Sie einen neuen Scheitelpunkt, damit der Flächeninhalt  $A = 9$  FE beträgt. 3 BE
- 2.3 Von einer arithmetischen Zahlenfolge sind das Folglied  $a_4 = 5$  und der Abstand  $d = \frac{5}{2}$  gegeben. Berechnen Sie die Folgeglieder  $a_1$  und  $a_{50}$ . 2 BE
- 2.4 Berechnen Sie, an welcher Stelle  $x_t$  der Funktion  $f(x) = \sqrt{x}$  der Anstieg der Funktion  $f$  mit dem Funktionswert übereinstimmt. 2 BE

### Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

### **3 Funktionen** **15 BE**

Gegeben sind die Exponentialfunktionen  $y = f(x) = (a \cdot x + b) \cdot e^{c \cdot x}$  mit  $a, b, c \in \mathbb{R}$  und der Punkt  $P(0 | -1)$ .

- 3.1 Berechnen Sie  $a$ ,  $b$  und  $c$  für den Fall, dass  $P$  ein lokaler Extrempunkt des Grafen von  $f$  ist und dieser die Abszissenachse bei  $x = \frac{1}{2}$  schneidet. 4 BE  
 Kontrollergebnis:  $y = f(x) = 2 \cdot x \cdot e^{-2 \cdot x} - e^{-2 \cdot x}$
- 3.2 Zur Vorbereitung der Skizze des Grafen von  $f$  führen Sie folgende Untersuchungen durch:
- 3.2.1 Bestimmen Sie das Verhalten von  $f$  im Unendlichen. 1 BE
- 3.2.2 Weisen Sie die Art des gegebenen Extrempunktes nach und prüfen Sie, ob weitere Extrempunkte existieren. 2 BE
- 3.2.3 Berechnen Sie den Wendepunkt. (Auf den Nachweis kann verzichtet werden.) 2 BE
- 3.3 Skizzieren Sie den Graf von  $f$  im Intervall  $I[-1; 0,5]$  in einem geeigneten Maßstab. 1 BE
- 3.4 Beurteilen Sie mit Hilfe von Flächenberechnungen, ob man die Funktion  $q(x) = 4 \cdot x^2 - 1$  als Näherungsfunktion zu  $f(x)$  nutzen kann. 5 BE  
 $F(x) = e^{2 \cdot x} \cdot (x - 1)$  ist eine Stammfunktion von  $f(x)$ .

#### 4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte  $A(4 | -6 | -1)$ ,  $B(9 | -1 | 9)$  und  $C(6 | -4 | -5)$ .

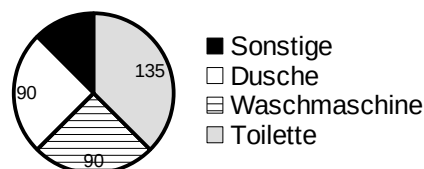
- 4.1 Untersuchen Sie durch Rechnung, ob die Punkte A, B und C ein Dreieck bilden oder auf einer Geraden liegen. 3 BE
- 4.2 Berechnen Sie einen Punkt D auf der Strecke  $\overline{AB}$ , damit diese im Verhältnis 3:2 geteilt wird. 2 BE
- 4.3 Geben Sie alle Geraden h an, die parallel zur Geraden  $g(AB)$  verlaufen und die y-Achse schneiden. 2 BE
- 4.4 Berechnen Sie den Spurpunkt der Geraden  $g(AB)$  mit der xz – Ebene. Verändern Sie eine Koordinate des Punktes A, damit die neue Gerade  $g^*(A^*B)$  keinen Spurpunkt mit der xz – Ebene besitzt. Beschreiben Sie die spezielle Lage dieser neuen Geraden im Koordinatensystem. 5 BE
- 4.5 Berechnen Sie die Gleichung der Ursprungsgeraden, die die Gerade  $g(AB)$  orthogonal schneidet. 3 BE

#### 5 Statistik

15 BE

- 5.1 Ordnen Sie die mathematisch logischen Operationen „+“ und „-“, „<“ und „>“, „=“ und „≠“ sowie die berechenbaren Lageparameter den entsprechenden Skalen zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung. 5 BE

- 5.2 Eine Umfrage ergab, dass der durchschnittliche Wasserverbrauch eines Haushaltes für den Abrechnungszeitraum von einem Jahr  $146 \text{ m}^3$  beträgt. Der Wasserverbrauch der Haushalte wird durch das nebenstehende Diagramm dargestellt. Für den nächsten Abrechnungszeitraum berücksichtigen alle Haushalte folgende Hinweise:



I – Durch angemessene Benutzung der Spartaste werden in den Haushalten 40 % weniger Wasser für die Toilette verbraucht.

II – Durch Einbau eines Sparduschkopfes werden in den Haushalten der Wasserverbrauch beim Duschen um ein Fünftel gesenkt.

- 5.2.1 Berechnen Sie den zu erwartenden Wasserverbrauch der Haushalte im nächsten Abrechnungszeitraum. 4 BE
- 5.2.2 Stellen Sie diesen Verbrauch in einem neuen Kreisdiagramm dar. 3 BE
- 5.3 Bei der Überprüfung eines Umfrageergebnisses waren einige Zahlen der Häufigkeitstabelle nicht mehr zu erkennen: 3 BE

Krankentage d	5	8	10		20
Anzahl H	12		9	3	5

Nach Aussage eines Bearbeiters standen in der Tabelle ausschließlich natürliche Zahlen bis 20. Das arithmetische Mittel betrug 9,575 Tage. Berechnen Sie die fehlenden Krankentage d und die fehlende Anzahl H.

## 6 Finanzmathematik

15 BE

Herr D. hat ein Startkapital  $K_0$  mit Zinseszins 7 Jahre lang zu 2,3% angelegt und 41.039,07 € erhalten.

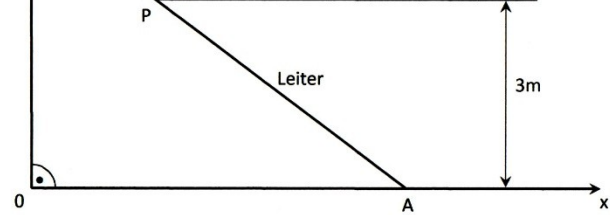
Frau D. zahlte jährlich nachschüssig in einen mit 2,3% verzinsten Bausparvertrag 1.128,37 € ein, in dem schon 15.000 € als Einmalzahlung zu Beginn enthalten waren.

- 6.1 Berechnen Sie, wie groß der Zinssatz bei einfacher Verzinsung wäre, um das gleiche Endkapital aus dem Startkapital  $K_0$  von Herrn D. zu erhalten. 3 BE
- 6.2 Berechnen Sie, wie viele Jahre früher Frau D. ihren Bausparvertrag beginnen musste, um das gleiche Endkapital zum gleichen Zeitpunkt wie ihr Mann zu erhalten. 4 BE
- 6.3 Familie D. möchte nun die Kosten für das eigene Haus aus ihren Ansparungen und einem Annuitätendarlehen begleichen. Dazu bekommen sie von der Bank ein Angebot von 3,1% Jahreszins. Sie haben außerdem festgestellt, dass sie 13.000 € pro Jahr als Annuität aufbringen können.
- 6.3.1 Diskutieren Sie, wie hoch der Preis für das Haus maximal sein kann. 2 BE
- 6.3.2 Die Gesamtkosten für den Hauskauf belaufen sich nun auf 305.947,26 €. Berechnen Sie, in welchem Jahr der Abzahlung der Anteil der Tilgung erstmalig über dem Anteil der Zinsen liegt. Vergleichen Sie die Summe der insgesamt gezahlten Zinsen mit der Darlehenssumme. 6 BE

## 7 Technische Mathematik

15 BE

Eine Leiter (siehe nicht maßstäbliche Skizze) soll in einem Flur horizontal um die Ecke getragen werden.

- 7.1 Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Leiter als Teil eines Grafen einer linearen Funktion darzustellen, die alle den Punkt P enthalten.
- 
- 7.1.1 Geben Sie die Koordinaten des Punktes P an. 1 BE
- 7.1.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für eine selbstgewählte lineare Funktion, die die Leiter darstellen könnte. Berechnen Sie für Ihr Beispiel die Länge der Leiter. 3 BE
- 7.1.3 Die Länge der Leiter sei 7,1 m. Bestimmen Sie für diesen Fall eine mögliche Gleichung einer linearen Funktion. 4 BE
- 7.2 Berechnen Sie die Länge der Leiter so, dass diese gerade noch horizontal um die Ecke getragen werden kann. 7 BE