



Prüfung 2020

Fachoberschule

| | |
|------------------------|---|
| Fach: | Mathematik |
| Fachrichtungen: | Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung |

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte
Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x^4 - 7 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2)$.

25 BE

1.1 Begründen Sie jeweils, warum die Grafen folgender Funktionen **nicht** die 1. Ableitung von f(x) sein können.

3 BE

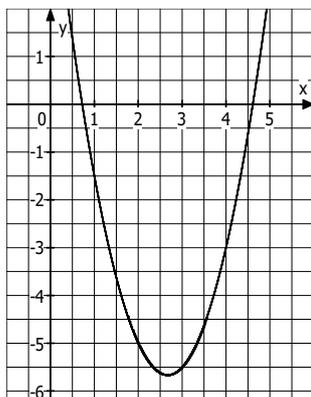


Abb.1

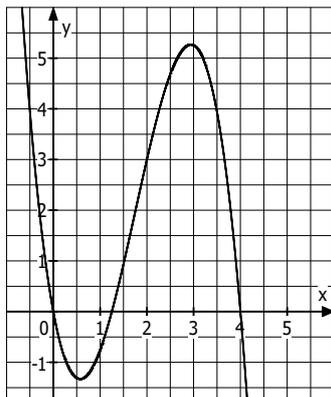


Abb.2

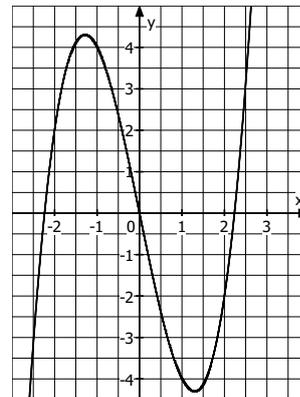


Abb.3

1.2 Berechnen Sie mit Hilfe der nötigen Schritte der Kurvendiskussion den Wertebereich von f.

8 BE

Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Geben Sie die Gleichung einer quadratischen Funktion q(x) an, die den gleichen Wertebereich wie der Graf von f besitzt.

1.3 Durch die Schnittpunkte des Grafen von f mit der Abszissenachse verlaufen Tangenten an den Grafen von f, von denen eine einen negativen Anstieg besitzt.

7 BE

Berechnen Sie zu dieser alle möglichen Gleichungen paralleler Tangenten an den Grafen von f.

1.4 Durch den Punkt $P(u | f(u))$, $0 \leq u \leq 5$, verlaufen Parallelen zu den Koordinatenachsen, die zusammen mit diesen jeweils eine Fläche A vollständig einschließen.

6 BE

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P, damit der Flächeninhalt der Fläche A maximal wird.

1.5 Verändern Sie in der Funktionsgleichung von f genau einen Koeffizienten, damit der neue Graf achsensymmetrisch zur Ordinatenachse verläuft.

1 BE

- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**
- 2.1 Die Gleichung $x^2 - 7 \cdot x + k + 3 = 0$, $k \in \mathbb{R}$, besitzt 2 Lösungen, deren Produkt 10 ergibt. Berechnen Sie für diesen Fall k . 3 BE
- 2.2 Der Graf von $y = f(x) = x^2$, der in Abszissenachsenrichtung verschoben wird, schließt zusammen mit den Koordinatenachsen eine Fläche A vollständig ein. Berechnen Sie einen neuen Scheitelpunkt, damit der Flächeninhalt $A = 9$ FE beträgt. 3 BE
- 2.3 Von einer arithmetischen Zahlenfolge sind das Folglied $a_4 = 5$ und der Abstand $d = \frac{5}{2}$ gegeben. Berechnen Sie die Folgeglieder a_1 und a_{50} . 2 BE
- 2.4 Berechnen Sie, an welcher Stelle x_t der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ der Anstieg der Funktion f mit dem Funktionswert übereinstimmt. 2 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen **15 BE**

Gegeben sind die Exponentialfunktionen $y = f(x) = (a \cdot x + b) \cdot e^{c \cdot x}$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und der Punkt $P(0 | -1)$.

- 3.1 Berechnen Sie a , b und c für den Fall, dass P ein lokaler Extrempunkt des Grafen von f ist und dieser die Abszissenachse bei $x = \frac{1}{2}$ schneidet. 4 BE
 Kontrollergebnis: $y = f(x) = 2 \cdot x \cdot e^{-2 \cdot x} - e^{-2 \cdot x}$
- 3.2 Zur Vorbereitung der Skizze des Grafen von f führen Sie folgende Untersuchungen durch:
- 3.2.1 Bestimmen Sie das Verhalten von f im Unendlichen. 1 BE
- 3.2.2 Weisen Sie die Art des gegebenen Extrempunktes nach und prüfen Sie, ob weitere Extrempunkte existieren. 2 BE
- 3.2.3 Berechnen Sie den Wendepunkt. (Auf den Nachweis kann verzichtet werden.) 2 BE
- 3.3 Skizzieren Sie den Graf von f im Intervall $I[-1; 0,5]$ in einem geeigneten Maßstab. 1 BE
- 3.4 Beurteilen Sie mit Hilfe von Flächenberechnungen, ob man die Funktion $q(x) = 4 \cdot x^2 - 1$ als Näherungsfunktion zu $f(x)$ nutzen kann. 5 BE
 $F(x) = e^{2 \cdot x} \cdot (x - 1)$ ist eine Stammfunktion von $f(x)$.

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte $A(4 | -6 | -1)$, $B(9 | -1 | 9)$ und $C(6 | -4 | -5)$.

- 4.1 Untersuchen Sie durch Rechnung, ob die Punkte A, B und C ein Dreieck bilden oder auf einer Geraden liegen. 3 BE
- 4.2 Berechnen Sie einen Punkt D auf der Strecke \overline{AB} , damit diese im Verhältnis 3:2 geteilt wird. 2 BE
- 4.3 Geben Sie alle Geraden h an, die parallel zur Geraden $g(AB)$ verlaufen und die y-Achse schneiden. 2 BE
- 4.4 Berechnen Sie den Spurpunkt der Geraden $g(AB)$ mit der xz – Ebene. Verändern Sie eine Koordinate des Punktes A, damit die neue Gerade $g^*(A^*B)$ keinen Spurpunkt mit der xz – Ebene besitzt. Beschreiben Sie die spezielle Lage dieser neuen Geraden im Koordinatensystem. 5 BE
- 4.5 Berechnen Sie die Gleichung der Ursprungsgeraden, die die Gerade $g(AB)$ orthogonal schneidet. 3 BE

5 Statistik

15 BE

- 5.1 Ordnen Sie die mathematisch logischen Operationen „+“ und „-“, „<“ und „>“, „=“ und „≠“ sowie die berechenbaren Lageparameter den entsprechenden Skalen zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung. 5 BE

- 5.2 Eine Umfrage ergab, dass der durchschnittliche Wasserverbrauch eines Haushaltes für den Abrechnungszeitraum von einem Jahr 146 m^3 beträgt. Der Wasserverbrauch der Haushalte wird durch das nebenstehende Diagramm dargestellt. Für den nächsten Abrechnungszeitraum berücksichtigen alle Haushalte folgende Hinweise:



berücksichtigen alle Haushalte folgende Hinweise:

I – Durch angemessene Benutzung der Spartaste werden in den Haushalten 40 % weniger Wasser für die Toilette verbraucht.

II – Durch Einbau eines Sparduschkopfes werden in den Haushalten der Wasserverbrauch beim Duschen um ein Fünftel gesenkt.

- 5.2.1 Berechnen Sie den zu erwartenden Wasserverbrauch der Haushalte im nächsten Abrechnungszeitraum. 4 BE
- 5.2.2 Stellen Sie diesen Verbrauch in einem neuen Kreisdiagramm dar. 3 BE
- 5.3 Bei der Überprüfung eines Umfrageergebnisses waren einige Zahlen der Häufigkeitstabelle nicht mehr zu erkennen: 3 BE

| | | | | | |
|---------------|----|---|----|---|----|
| Krankentage d | 5 | 8 | 10 | | 20 |
| Anzahl H | 12 | | 9 | 3 | 5 |

Nach Aussage eines Bearbeiters standen in der Tabelle ausschließlich natürliche Zahlen bis 20. Das arithmetische Mittel betrug 9,575 Tage. Berechnen Sie die fehlenden Krankentage d und die fehlende Anzahl H.

6 Finanzmathematik

15 BE

Herr D. hat ein Startkapital K_0 mit Zinseszins 7 Jahre lang zu 2,3% angelegt und 41.039,07 € erhalten.

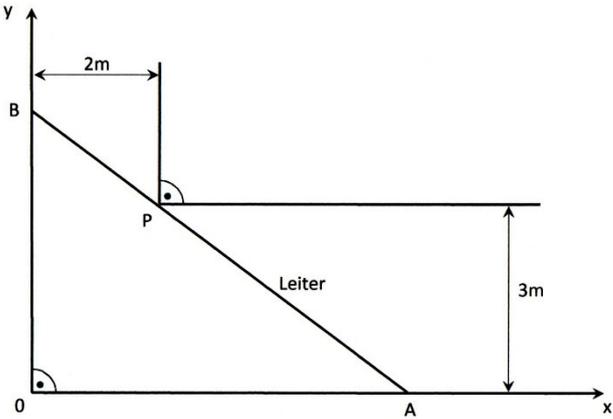
Frau D. zahlte jährlich nachschüssig in einen mit 2,3% verzinsten Bausparvertrag 1.128,37 € ein, in dem schon 15.000 € als Einmalzahlung zu Beginn enthalten waren.

- 6.1 Berechnen Sie, wie groß der Zinssatz bei einfacher Verzinsung wäre, um das gleiche Endkapital aus dem Startkapital K_0 von Herrn D. zu erhalten. 3 BE
- 6.2 Berechnen Sie, wie viele Jahre früher Frau D. ihren Bausparvertrag beginnen musste, um das gleiche Endkapital zum gleichen Zeitpunkt wie ihr Mann zu erhalten. 4 BE
- 6.3 Familie D. möchte nun die Kosten für das eigene Haus aus ihren Ansparungen und einem Annuitätendarlehen begleichen. Dazu bekommen sie von der Bank ein Angebot von 3,1% Jahreszins. Sie haben außerdem festgestellt, dass sie 13.000 € pro Jahr als Annuität aufbringen können.
- 6.3.1 Diskutieren Sie, wie hoch der Preis für das Haus maximal sein kann. 2 BE
- 6.3.2 Die Gesamtkosten für den Hauskauf belaufen sich nun auf 305.947,26 €. Berechnen Sie, in welchem Jahr der Abzahlung der Anteil der Tilgung erstmalig über dem Anteil der Zinsen liegt. Vergleichen Sie die Summe der insgesamt gezahlten Zinsen mit der Darlehenssumme. 6 BE

7 Technische Mathematik

15 BE

Eine Leiter (siehe nicht maßstäbliche Skizze) soll in einem Flur horizontal um die Ecke getragen werden.

- 7.1 Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Leiter als Teil eines Grafen einer linearen Funktion darzustellen, die alle den Punkt P enthalten.
- 
- 7.1.1 Geben Sie die Koordinaten des Punktes P an. 1 BE
- 7.1.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für eine selbstgewählte lineare Funktion, die die Leiter darstellen könnte. Berechnen Sie für Ihr Beispiel die Länge der Leiter. 3 BE
- 7.1.3 Die Länge der Leiter sei 7,1 m. Bestimmen Sie für diesen Fall eine mögliche Gleichung einer linearen Funktion. 4 BE
- 7.2 Berechnen Sie die Länge der Leiter so, dass diese gerade noch horizontal um die Ecke getragen werden kann. 7 BE