



Prüfung 2021

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$. **25 BE**

1.1 Untersuchen Sie, ob der folgende Term äquivalent 2 BE
zum Funktionsterm von $f(x)$ ist: $-\frac{1}{4}(x-2)(x^2+x-6)$

1.2 Erläutern Sie am Beispiel von $f(x)$, wie man ohne Taschenrechner 5 BE
mit Hilfe eines geeigneten Lösungsverfahrens die Nullstellen
des Grafen von f berechnet.

1.3 Untersuchen Sie den Grafen von f auf lokale Extrempunkte 6 BE
und Wendepunkte.

1.4 Berechnen Sie alle Tangenten an den Grafen von f , die 5 BE
sowohl monoton fallend sind als auch zur Abszissenachse
einen Winkel von $\alpha_x = 45^\circ$ einnehmen.

1.5 Der Graf von f schließt zusammen mit der Abszissenachse eine Fläche A 4 BE
vollständig ein, die durch die Ordinatenachse in 2 Teilflächen geteilt wird.

1.5.1 Berechnen Sie dieses Teilverhältnis. 4 BE

1.5.2 Finden Sie näherungsweise auf eine Nachkommastelle genau 3 BE
eine Parallele zur Ordinatenachse, die die Fläche A halbiert.
Beschreiben Sie Ihre Lösungsstrategie.

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. **10 BE**
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

2.1 Gegeben ist die Zahlenfolge $(a_n) = \left(\frac{2n-3}{1+4n}\right)$

2.1.1 Zeigen Sie, dass es sich nicht um eine 2 BE
geometrische Zahlenfolge handelt.

2.1.2 Geben Sie die obere und die untere Grenze 3 BE
sowie den Grenzwert der Zahlenfolge an.

2.2 Geben Sie den Wertebereich der folgenden Funktion an : $f(x) = \sqrt{4-x} + 1$ 2 BE

2.3 Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich: $\frac{x^3 - 10x^2 + 25x}{x^2 - 25}$ 3 BE

Wahlaufgaben

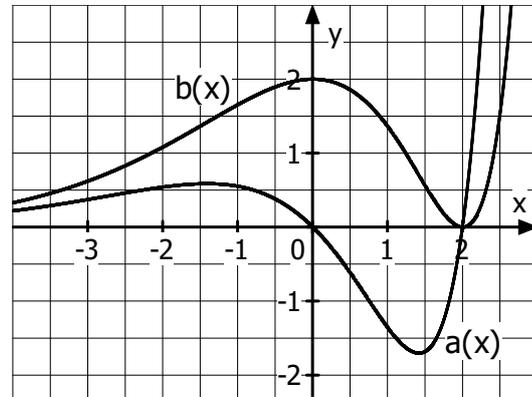
Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben ist die Funktion

$$y=f(x)=\frac{1}{2}e^x(x^2-4x+4).$$



- 3.1 Die Abbildung zeigt die Grafen der Funktionen $f(x)$ und $f'(x)$. Ordnen Sie diesen die Grafen $a(x)$ und $b(x)$ zu. Begründen Sie Ihre Aussage.

2 BE

- 3.2 Der Graf von $b(x)$ soll so verschoben werden, dass

3 BE

- I der Hochpunkt im Koordinatenursprung liegt,
- II der Tiefpunkt im Koordinatenursprung liegt,
- III der Graf keine Nullstelle besitzt.

Geben Sie jeweils bezüglich $b(x)$ alle neuen Funktionsgleichungen dafür an.

- 3.3 Weisen Sie nach, dass die Wendetangenten an den Grafen von f senkrecht aufeinander stehen.

5 BE

- 3.4 Die Funktion $f(x)$ soll so näherungsweise durch eine ganzrationale Funktion dritten Grades $g(x)$ ersetzt werden, dass beide Grafen die gleichen lokalen Extrempunkte besitzen.

5 BE

Berechnen Sie die Funktionsgleichung für $g(x)$.

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte $P(3 | 1 | 6)$, $A(3 | -6 | -2)$ und $B(8 | 14 | 13)$

- 4.1 Untersuchen Sie die Vektoren \vec{AB} , \vec{PA} und \vec{BP} auf lineare Unabhängigkeit.

3 BE

- 4.2 Berechnen Sie den Winkel der Geraden $g(AB)$ zur x -Achse.

2 BE

- 4.3 Verändern Sie eine Koordinate des Punktes B , damit die Gerade $g(AB)$ keinen Spurpunkt (Schnittpunkt) mit der xy -Ebene besitzt.

1 BE

- 4.4 Berechnen Sie einen Punkt Q , der die Strecke \overline{AB} im Verhältnis 2:3 teilt.

2 BE

- 4.5 Anleitung zur Abstandsberechnung eines Punktes zu einer Geraden:

I - Der Abstand des Punktes P zur Geraden $g(AB)$ lässt sich berechnen, indem man zunächst einen Punkt T derart auf der Geraden $g(AB)$ berechnet, damit gilt: $g(AB) \perp h(TP)$. (Die Geraden stehen senkrecht aufeinander.)

II - Hat man T berechnet, gilt: $d(P, g(AB)) = d(TP)$. (Der Abstand von Punkt und Gerade lässt sich also auf den Abstand der beiden Punkte T und P zurückführen.)

- 4.5.1 Veranschaulichen Sie den Sachverhalt in einer Skizze.

1 BE

- 4.5.2 Berechnen Sie den Abstand des Punktes P zur Geraden $g(AB)$.

6 BE

5 Finanzmathematik

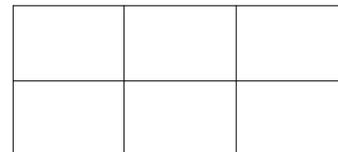
15 BE

- 5.1 Herr Rudolf legt 20.000 € mit Zinseszins zu einem Zinssatz von 2,34 % fest an. Herr Günther legt 20.000 € mit einfacher Verzinsung fest an. Beide möchten in der gleichen Zeit ihr Vermögen verdoppeln.
- 5.1.1 Begründen Sie ohne Berechnung, unter welchen Bedingungen dieses Vorhaben möglich ist. 2 BE
- 5.1.2 Berechnen Sie die finanzmathematischen Größen Ihrer Überlegungen. 2 BE
- 5.1.3 Jemand behauptet, dass unabhängig von der Zeit bei jeder Verdoppelung des Startkapitals der Zinssatz beim Anlegen mit einfachen Zinsen stets um 1 % größer ist als der Zinssatz bei der Anlage mit Zinseszins. Beurteilen Sie diese Behauptung. 2 BE
- 5.2 Herr Walter hat einen Plan für eine zusätzliche Rente in 20 Jahren. 4 BE
Zuerst legt er 3.271 € mit Zinseszins zu $p = 1,5\%$ für 5 Jahre fest an. Danach will er 15 Jahre lang eine Rate R jährlich nachschüssig auf dieses Konto einzahlen. Im Anschluss möchte er 10 Jahre lang von diesem Konto eine jährliche Rente, die doppelt so groß ist wie die Rate R bis zum Erlöschen des Kontos ausgezahlt bekommen. Berechnen Sie die Rate R .
- 5.3 Frau K. möchte ein Haus zum Preis P kaufen. Sie will ein Fünftel der Kaufsumme in den nächsten 5 Jahren zu 1,5 % durch jährlich nachschüssige Einzahlung einer Rate R auf einem Konto ansparen. 5 BE
Für den Rest nimmt sie ein Annuitätendarlehen zum gleichen Zinssatz auf. Frau K. möchte, dass die Annuität genauso groß ist wie die Rate R . Ihr Freund behauptet nun, dass bei diesem Plan die Darlehenslaufzeit unabhängig vom Preis P immer 24,84 Jahre ist. Prüfen Sie diese Behauptung.

6 Technische Mathematik

15 BE

Eine Firma plant, ihre rechteckige Lagerhalle in 6 gleichgroße Bereiche zu teilen. (Skizze nicht maßstäblich)



Die Außenwände werden gedämmt. Für die Innenwände werden Trockenbauwände aufgestellt. Im Kostenvoranschlag von 20 € pro m^2 Grundfläche für die Außenwände und 10 € pro m^2 Grundfläche für die Innenwände ist die Raumhöhe bereits berücksichtigt. Zugänge, Durchgänge sowie Wandstärken bleiben in der Kalkulation unberücksichtigt.

- 6.1 Berechnen Sie die Gesamtkosten für alle Wände unter der Annahme, dass die Gesamtgrundfläche quadratisch ist und den Inhalt $3.000 m^2$ hat. 3 BE
- 6.2 Die Gesamtkosten für eine Grundfläche von $3.000 m^2$ sollen nun für alle benötigten Wände minimal werden. Berechnen Sie für diesen Fall die äußeren Abmessungen der Lagerhalle. 6 BE
- 6.3 Für die Gesamtkosten stehen leider nur 5.000 € zur Verfügung. Berechnen Sie den maximalen Inhalt der Grundfläche. 6 BE

7 Statistik

15 BE

7.1 Merkmale werden unterschiedlichen Skalen zugeordnet. Geben Sie die Skalen an und erläutern Sie anhand je eines Beispiels die Unterschiede. 3 BE

7.2 Bei einer Befragung gaben 13 Studenten ihre monatlichen Ausgaben in Euro an:

700; 1.200; 750; 1.500; 800; 200; 900;
3.000; 950; 1.450; 1.400; 1.300; x

Nach der Auswertung fehlte die Befragung eines Studenten. Das arithmetische Mittel betrug 1150 €.

7.2.1 Beschreiben Sie an diesem Beispiel, wie man den Modalwert und den Median ermittelt. 5 BE

7.2.2 Begründen Sie, welcher Mittelwert die Stichprobe am besten charakterisiert. 2 BE

7.3 In einer Firma sollen Schrauben von 70 mm Länge auf einer Maschine gefertigt werden. Aus der laufenden Produktion werden 100 Schrauben entnommen und deren Länge gemessen. Wenn die Qualitätskontrolle ergibt, dass die Standardabweichung mehr als 0,2 % vom Sollwert abweicht, muss die Maschine nachjustiert werden. Überprüfen Sie, ob nach der folgenden Kontrolle eine Nachjustierung erforderlich ist: 5 BE

Länge x_i in mm	69,6	69,7	69,8	69,9	70,0	70,1	70,2	70,3	70,4	70,5
$H(x_i)$	5	2	8	10	55	11	4	3	1	1