



# Prüfung 2021

## Fachoberschule

<b>Fach:</b>	<b>Mathematik</b>
<b>Fachrichtungen:</b>	<b>Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung</b>

### **Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer**

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

## Pflichtaufgaben

- 1 Gegeben sind die Funktionen  $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 2$   
und  $y = g(x) = x^2 - 4$ .

**25 BE**

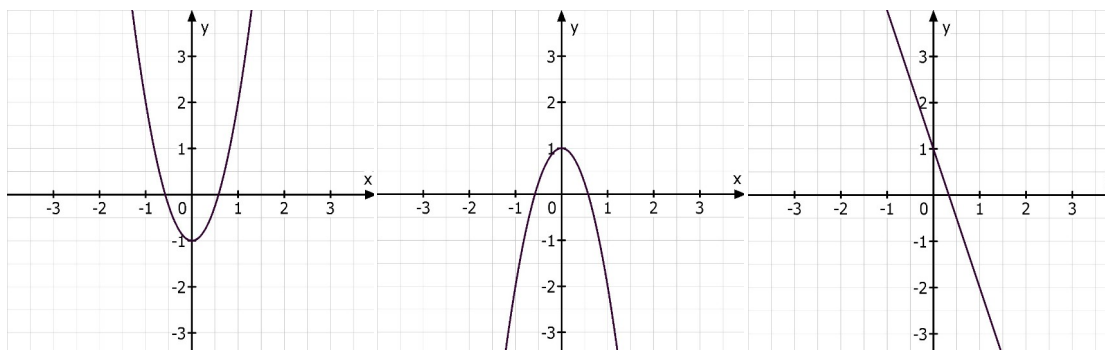


Abbildung 1

Abbildung 2

Abbildung 3

- 1.1 Eine der Abbildungen ist der Graf der 2. Ableitung von  $f(x)$ .  
Begründen Sie, um welche es sich handelt. 2 BE
- 1.2 Berechnen Sie unter Beschreibung der Lösungsverfahren die  
Achsen Schnittpunkte und lokalen Extrempunkte von  $f$ . 9 BE
- 1.3 Begründen Sie das Symmetrieverhalten und ohne  
weitere Rechnung die Lage der Wendestellen von  $f$ . 4 BE
- 1.4 Skizzieren Sie den Grafen der Funktion  $f$  in einem geeigneten Intervall. 1 BE
- 1.5 Durch Vertikalverschiebung des Grafen der Funktion  $f$  ändern sich  
die Anzahl und die Lage der Nullstellen. Geben Sie diese Anzahl in  
Abhängigkeit des entsprechenden Koeffizienten der Funktionsgleichung an. 5 BE
- 1.6 Die Grafen der Funktionen  $f$  und  $g$  begrenzen vollständig eine Fläche  $A$ .  
Berechnen Sie unter Nutzung des Hauptsatzes der Differential- und  
Integralrechnung deren Flächeninhalt. 4 BE
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug.  
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**
- 2.1 Geben Sie eine konvergente, monoton steigende Zahlenfolge an. 2 BE
- 2.2 Untersuchen Sie die Gleichung  $0 = 2 + \sqrt{2x-4}$  auf ihre Lösungsmenge. 3 BE
- 2.3 "Der Definitionsbereich der Funktion  $y = f(x) = \ln(4-x^2)$   
lautet  $DB = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$ ."  
Prüfen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage.  
Begründen Sie Ihre Entscheidung. 2 BE
- 2.4 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Grafen  
von  $f(x) = -x^2 + 3x$  an der Stelle  $x = -1$ . 3 BE

## Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

### 3 Funktionen

15 BE

Gegeben ist die Funktion  $f$  durch  $y = f(x) = e^{-x}(x^2 + 2x - 3)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- 3.1 Berechnen Sie die Nullstellen und lokalen Extrempunkte von  $f$ .  
Geben Sie das Verhalten im Unendlichen von  $f$  an. 7 BE
- 3.2 Begründen Sie mit Hilfe der Ergebnisse von 3.1  
ohne weitere Rechnung eine Eigenschaft von  $f'(x)$ . 2 BE
- 3.3 Durch den Punkt  $P(u | f(u))$ ,  $-3 \leq u \leq 1$ , verlaufen Parallelen  
zu den Koordinatenachsen, die zusammen mit diesen eine  
rechteckige Fläche  $A$  vollständig begrenzen. 6 BE  
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $P$ , damit  
der Flächeninhalt der Fläche  $A$  maximal wird.

### 4 Finanzmathematik

15 BE

- 4.1 Moni und Hugo wollen beide jeweils 5.500 € in nachhaltige Forstwirtschaft investieren. Während Moni einen Zinssatz von  $p_1 = 5\%$  mit einfacher Verzinsung angeboten bekommt, schlägt man Hugo  $p_2 = 4\%$  mit Zinseszins vor. Moni sagt stolz: „Mein Angebot wird mehr Endkapital als deins erzeugen.“ Hugo erwidert darauf: „Das stimmt zu keiner Zeit.“
- 4.1.1 Beurteilen Sie beide Aussagen. 4 BE
- 4.1.2 Berechnen Sie, wie man das Startkapital von Hugo ändern müsste,  
um nach 20 Jahren das gleiche Endkapital wie Moni zu erhalten. 2 BE
- 4.2 Herr Maier hat für seine finanzielle Zukunft folgenden Plan: 5 BE  
Auf ein mit  $p = 3,5\%$  verzinsteres Rentenkonto mit 10.000 € Startkapital sollen 15 Jahre lang jährlich nachschüssig  $R_1 = 5.000$  € eingezahlt werden. Nach 5 Jahren kann er aber aus Patentrechten einen einmaligen Betrag von 20.000 € auf dieses Konto überweisen.  
Berechnen Sie, um wie viel Euro er seine Rate  $R_1$  nun senken kann, um nach den 15 Jahren das vorher geplante Endkapital zu erhalten.
- 4.3 Ein Annuitätendarlehen von 200.000 € soll bei einem Zinssatz von  $p = 3,5\%$  mit einer Annuität von  $A_1 = 14.072,22$  € vollständig getilgt werden. 4 BE  
Berechnen Sie die veränderte Annuität  $A_2$ , damit die Tilgung dieses Darlehens bei sonst gleichen Bedingungen bereits nach der Hälfte der Zeit gelingt.

## 5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

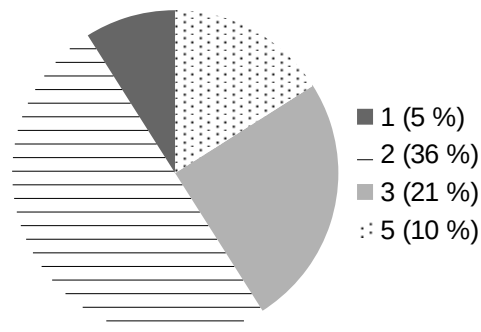
Gegeben sind die Punkte  $O(0 | 0 | 0)$ ,  $A(4 | 4 | 2)$ ,  $B(2 | 8 | -2)$ ,  
 $P(-1 | -4 | 1)$  und  $Q\left(\frac{1}{2} | 2 | -\frac{1}{2}\right)$ , der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ , die Geraden  
 $g(A, \vec{a})$  und  $h(P, Q)$  sowie das Dreieck OAB.

- 5.1 Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden g und h. Berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt. 6 BE
- 5.2 Berechnen Sie den Spurpunkt (Durchstoßpunkt) der Geraden g mit der xy-Ebene. 2 BE
- 5.3 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie das Dreieck OAB in ein kartesisches Koordinatensystem. 2 BE
- 5.4 Weisen Sie die Arten dieses speziellen Dreiecks OAB nach. Berechnen Sie den Flächeninhalt. 5 BE

## 6 Statistik

15 BE

- 6.1 Begründen Sie die Notwendigkeit der Skalierung der Merkmale statistischer Erhebungen. 3 BE
- 6.2 1000 Personen wurden über ihre Zufriedenheit mit einem Produkt befragt. Als Antwort konnten sie  
1: sehr zufrieden  
2: zufrieden  
3: weniger zufrieden  
4: weiß nicht  
5: überhaupt nicht zufrieden  
wählen. In Auswertung der Umfrage veröffentlichte der Hersteller nebenstehendes Diagramm. Werten Sie dieses Diagramm aus. Stellen Sie Ihr eigenes Diagramm zu diesem Sachverhalt dar. 5 BE



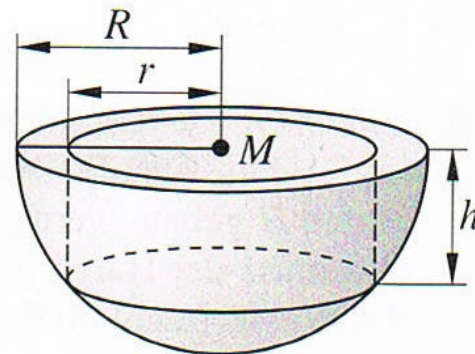
- 6.3 Die Gütekontrollabteilung eines Betriebes erwartet für ihr Produkt eine Standardabweichung von  $s = 2,5$  mm. Kontrollmessungen ergaben, dass 30 Teile 2 mm, 50 Teile 3 mm und 20 Teile einen Millimeter vom Mittelwert abweichen. Berechnen Sie, ob die Produktion der Norm entspricht. 3 BE
- 6.4 Nach einer Umfrage zur Anzahl der Urlaubstage entstand folgende Häufigkeitstabelle mit einem arithmetischen Mittel von  $\bar{x} = 29,4$  Tagen: 4 BE

Tage	26	28	30	32	34
Anzahl	4		10		2

Bei der Übertragung gingen jedoch 2 Zahlen verloren. Man weiß nur, dass die eine Zahl doppelt so groß wie die andere war. Berechnen Sie die fehlenden Zahlen.

Einer Halbkugel mit einem Radius  $R$  soll ein Zylinder einbeschrieben werden.

(Abbildung nicht maßstäblich, Wandstärke wird vernachlässigt)



- 7.1 Das Volumen der Halbkugel beträgt  $16.000 \text{ cm}^3$ . Das Volumen des Zylinders ist um 60 % kleiner als das Volumen der Halbkugel. Berechnen Sie näherungsweise eine mögliche Höhe  $h$  und den zugehörigen Radius  $r$  des Zylinders für diesen Fall.

5 BE

- 7.2 Der Radius  $r$  des Zylinders sei ein Viertel der Höhe  $h$  des Zylinders. Der Kugelradius  $R$  und das Volumen  $V$  der Halbkugel lässt sich nun nur in Abhängigkeit von der Höhe  $h$  des Zylinders darstellen. Leiten Sie dazu jeweils eine Formel her.

3 BE

- 7.3 Einer Halbkugel mit dem Radius von  $R = 20 \text{ cm}$  soll ein Zylinder mit maximalem Volumen einbeschrieben werden. Berechnen Sie für diesen Fall das Volumen des Zylinders sowie die prozentuale Abweichung zum Halbkugelvolumen.

7 BE