Freistaat Thüringen

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfung 2022

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	**Mathematik**
Fachrichtungen:	**Ernährung und Hauswirtschaft** **Gestaltung, Technik** **Gesundheit und Soziales** **Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit:	210 Minuten
Hilfsmittel:	von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung; Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig); Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

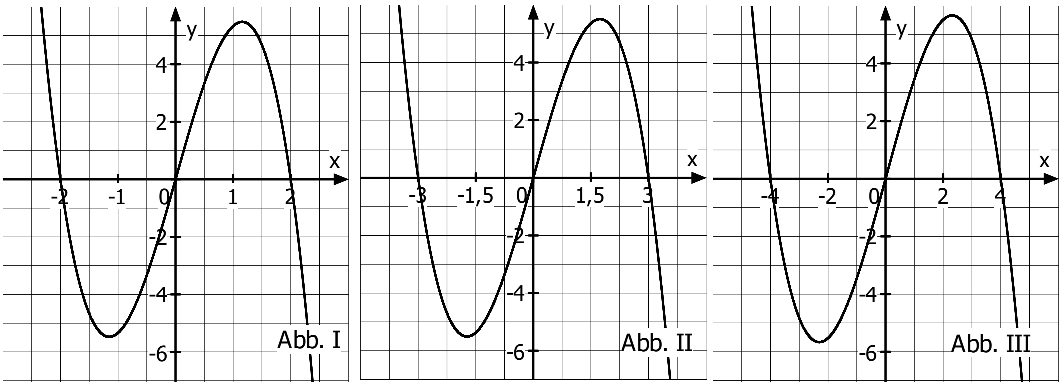
Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = \frac{1}{9}\cdot\left(-4\cdot x^4 + 32\cdot x^2 - 28\right)$. **25 BE**

1.1 Geben Sie den Schnittpunkt des Grafen von f mit der Ordinatenachse und das Verhalten im Unendlichen an. 4 BE
Begründen Sie Ihre Aussage zum symmetrischen Verlauf des Grafen von f.

1.2 Eine der Abbildungen ist der Graf der ersten Ableitung von f. 3 BE
Untersuchen Sie mithilfe einer geeigneten Berechnung, um welche es sich handelt.



1.3 Begründen Sie ohne weitere Rechnung Art und Lage möglicher lokaler Extrempunkte des Grafen von f. 3 BE

1.4 Zeichnen Sie den Grafen von f in einem geeigneten Intervall. 4 BE

1.5 Die lokalen Extrempunkte von f sind Eckpunkte eines Dreiecks mit dem Flächeninhalt A_1 . 6 BE
Eine Tangente t(x) = 4 an den Grafen von f schließt mit dem Grafen von f genau eine Fläche A_2 vollständig ein.
Paul behauptet: „Da der Dreiecksflächeninhalt A_1 nur weniger als 5 % vom Flächeninhalt A_2 abweicht, kann man das Dreieck als Ersatz zur Flächenberechnung von A_2 benutzen.“
Untersuchen Sie, ob diese Behauptung wahr ist.

1.6 Ein Schenkel des Dreiecks aus Aufgabe 1.5 kann als Abschnitt des Grafen einer linearen Funktion h betrachtet werden. Berechnen Sie für h und f die maximale Differenz der Funktionswerte. 5 BE

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. **10 BE**
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

2.1 Berechnen Sie alle Tangenten an den Grafen von f mit $f(x) = x^2 - 4x + 1$, die orthogonal zur Geraden $y = 4 - 0{,}5x$ verlaufen. 4 BE

2.2 Gegeben ist eine geometrische Zahlenfolge durch $a_1 = 8$ und $q = \frac{1}{16}$. 3 BE

Eine neue geometrische Zahlenfolge (b_n) mit $b_1 = a_1$ entsteht, wenn jeweils zwischen 2 Folgegliedern von (a_n) drei neue Folgeglieder eingefügt werden. Bestimmen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift von (b_n) .

2.3 Geben Sie jeweils die Gleichung einer Funktion mit folgenden Eigenschaften an: 3 BE

2.3.1 eine Wurzelfunktion mit dem Definitionsbereich $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \le x \le 2\}$

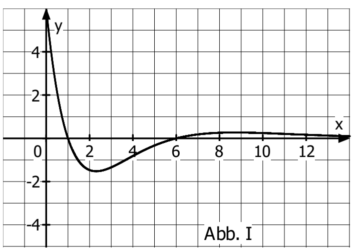
2.3.2 eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit den Nullstellen $x_1 = 1$, $x_2 = -2$ und $x_3 = 3$.

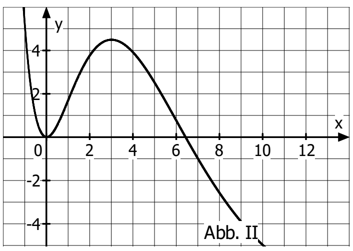
Wahlaufgaben

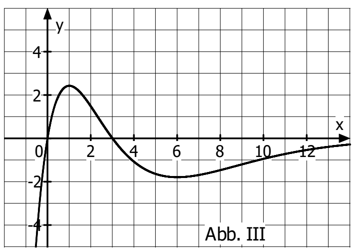
Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen **15 BE**

Die Funktion f ist durch $y = f(x) = (-2 \cdot x^2 + 6 \cdot x) \cdot e^{-0{,}5 \cdot x}$ gegeben. Die folgenden Abbildungen zeigen die Graphen von f, f ´ und einer Stammfunktion F von f.







3.1 Begründen Sie jeweils, bei welcher Abbildung es sich um f, f ´ und F handelt. 4 BE

3.2 Geben Sie das Verhalten des Grafen von f im Unendlichen an. 2 BE

3.3 Untersuchen Sie f auf lokale Extrempunkte. 4 BE

3.4 Der Graf von f soll durch eine quadratische Funktion q(x) angenähert werden. Der Graf von q stimmt mit dem Grafen von f im Schnittpunkt mit der Ordinatenachse und im lokalen Hochpunkt überein.

3.4.1 Berechnen Sie die zugehörige Funktionsgleichung von q. 3 BE

3.4.2 Beurteilen Sie die Qualität der Näherungsfunktion q bezüglich f im Intervall I [0; 3]. 2 BE

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $r, s \in \mathbb{R}$

4.1 Stellen Sie beide Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem dar. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S und den Schnittwinkel der Geraden g und h. — 6 BE

4.2 Prüfen Sie, ob der Punkt P(1 | 5 | 2) auf der Geraden g liegt. — 1 BE

4.3 Von einem Parallelogramm ABCD sind folgende Informationen bekannt: — 4 BE
- eine Seite sei die Strecke $\overline{AB}$ mit A(3 | 1 | -1) und B(1 | 5 | 2),
- eine andere Seite liegt auf der Geraden h,
- M(1 | 2 | 2) ist der Schnittpunkt der Diagonalen des Parallelogramms.

Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte C und D.

4.4 Es existiert eine Gerade k durch den Punkt A, die orthogonal zu den Geraden g und h verläuft. — 4 BE
Auf dieser Geraden k liegt der Punkt K(-6 | 1 | -7).
Die Strecke $\overline{AK}$ sei die Höhe der Pyramide ABMK.
Geben Sie die Gleichung der Geraden k an.
Berechnen Sie das Volumen der Pyramide ABMK.

5 Finanzmathematik

15 BE

5.1 Frau Müller legt 5.000 € mit Zinseszins zu einem Zinssatz von 2,5 % fest an.
Frau Schulze legt 4.932,09 € mit einfacher Verzinsung zu 2,94 % fest an.
Frau Schulze sagt: „Für meinen geplanten Investitionszeitraum habe ich die profitablere Anlageform gewählt.“

5.1.1 Begründen Sie ohne Berechnung, welche der beiden Anlagen langfristig die profitablere sein muss. — 2 BE

5.1.2 Begründen Sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen, in welchem Zeitraum die Aussage von Frau Schulze wahr ist. — 4 BE

5.2 Familie Scholz plant den Kauf einer Immobilie von einem Bekannten in 12 Jahren. Sie benötigen dann 106.604,17 €. Deshalb eröffnen sie jetzt ein mit 3 % verzinstes Rentenkonto mit einem Startkapital von 25.000 € , auf welches nun jährlich nachschüssig 12 Jahre lang die Rate R_1 eingezahlt werden soll.

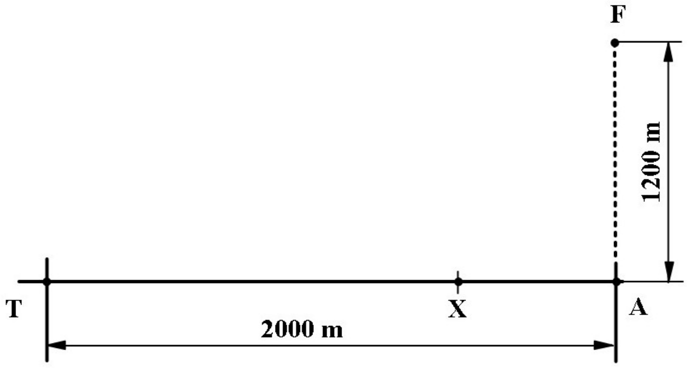
5.2.1 Berechnen Sie, durch welche Einmalzahlung am Anfang die Kaufsumme nach 12 Jahren erreicht werden könnte. — 2 BE

5.2.2 Familie Scholz plant nun, die Raten vom 5. bis zum 7. Jahr auszusetzen. Berechnen Sie, um wie viel Euro die Rate R_1 von Anfang an erhöht werden müsste, um mit dieser Rate R_2 das gleiche Sparziel zu erreichen. — 5 BE

5.2.3 Begründen Sie ohne weitere Rechnung, wie sich die Rate R_2 verändert, wenn die Aussetzung der Rate am Anfang oder am Ende erfolgt wäre. — 2 BE

6 Technische Mathematik 15 BE

Von der Trafostation im Punkt T soll zum Punkt F ein Erdkabel für eine neuentstehende Firma verlegt werden.



Die Skizze ist nicht maßstäblich.

Von T nach A verläuft eine Straße, F befindet sich abseits dieser Straße.
Die Verlegungskosten längs der Straße betragen 150 Euro/Meter, im unerschlossenen Gelände 250 Euro/Meter. Der Bau einer neuen Straße kostet zusätzlich 120 Euro/Meter. Die Kosten zur Verlegung des Erdkabels sollen möglichst gering gehalten werden. Folgende Möglichkeiten werden untersucht:

6.1 Die Verlegung erfolgt längs der Straße von T nach A und dann weiter geradlinig nach F. Berechnen Sie die Kosten K_1 . — 1 BE

6.2 Für die Verlegung des Kabels geradlinig von T nach F fallen die Kosten K_2 an. Der Bauherr ist der Meinung, dass so mindestens 5 % der Kosten gegenüber der ersten Variante gespart werden können. Prüfen Sie den Wahrheitswert dieser Aussage. — 3 BE

6.3 Zwischen den Punkten T und A existiert ein Punkt X (siehe Skizze) so, dass die Kosten K_3 bei der Verlegung des Erdkabels von T über X nach F minimal werden.
Berechnen Sie für diesen Fall die Entfernung des Punktes X zum Punkt A.
Untersuchen Sie, ob so die 5 %ige Kostenersparnis gegenüber der ersten Variante erreicht wird. — 8 BE

6.4 Da die Zufahrt zum Firmengebäude über eine rechtwinklige Anbindung in A nicht sinnvoll ist, soll von T aus in Richtung A nach 1100 m eine geradlinige Straße zur Firma im Punkt F gebaut werden.
Diese könnte dann zur Verlegung des Erdkabels benutzt werden.
Begründen Sie, welche der 4 angegebenen Varianten die kostengünstigste ist. — 3 BE

7 Statistik $\boxed{\textbf{15 BE}}$

7.1 Übertragen Sie die folgende Tabelle auf Ihr Blatt und vervollständigen Sie diese. 5 BE

Skalentyp mit Beispiel	Eigenschaft	Logisch mathematische Operatoren	Mittelwerte
______________ ______________	Keine Rangfolge	$= / \neq$	Modalwert
______________ CO_2 - Ausstoß			

7.2 Mit einer Skala von 0 (nicht zufrieden) bis 10 (sehr zufrieden) konnten die Kunden eines Unternehmens ihre Produktzufriedenheit angeben.
Bei einer annähernden Normalverteilung liegen etwa 68 % aller Daten innerhalb einer Standardabweichung vom Mittelwert $(\bar{x} \pm s)$. Etwa 95 % liegen innerhalb von 2 Standardabweichungen vom Mittelwert $(\bar{x} \pm 2s)$. Mit diesem Wissen konnte man bei der Auswertung dieser Umfrage feststellen, dass 95 % der Befragten im Zufriedenheitsbereich 2,672 bis 9,328 lagen.

7.2.1 Berechnen Sie den Bereich der Zufriedenheitsskala, in dem 68 % der Befragten lagen. 3 BE

7.2.2 Formulieren Sie aufgrund Ihrer Auswertungen eine Schlussfolgerung für die weitere Arbeit des Unternehmens. 1 BE

7.3 Auf einem Markt werden Erdbeeren zu je 500 g angeboten. Bei der Überprüfung der Massen entstand folgende Häufigkeitstabelle, in der jetzt einige Zahlen nicht mehr zu erkennen sind:

Masse in g	480	495	500	505	
Anzahl	13		47	18	14

Eine Bearbeiterin erinnert sich, dass in diesen Lücken ausschließlich natürliche Zahlen standen, dass das arithmetische Mittel $\bar{x} = 500$ g war und dass im Kreisdiagramm zur Darstellung der Massen der Winkel für den Sektor 480 g $\alpha = 46{,}8\,°$ betrug.

7.3.1 Berechnen Sie die fehlende Anzahl und die fehlende Masse. 3 BE

7.3.2 Untersuchen Sie, ob auch hier 68 % der gewogenen Erdbeeren im Bereich einer Standardabweichung vom Mittelwert liegen. 3 BE