



Prüfung 2022

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Der Graf einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades berührt die Abszissenachse an der Stelle $x = -1$ und hat ein lokales Maximum in $P_{\text{MAX}}(2 | 5)$. **25 BE**
Eine Gerade $g(AB)$ verläuft durch die Punkte $A\left(\frac{1}{2} | \frac{5}{2}\right)$ und $B\left(\frac{7}{2} | 0\right)$.
- 1.1 Skizzieren Sie in ein Koordinatensystem ohne weitere Rechnung den Grafen von f und eine zugehörige Stammfunktion F von f . 5 BE
- 1.2 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von f . 5 BE
(Kontrollergebnis: $f(x) = -\frac{5}{27} \cdot (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x - 7)$)
- 1.3 Erläutern Sie am Beispiel von $f(x)$, wie man ohne Taschenrechner mit Hilfe eines geeigneten Lösungsverfahrens die Nullstellen des Grafen von f berechnet. 5 BE
- 1.4 Untersuchen Sie f auf Wendepunkte. 3 BE
- 1.5 Die Gerade $g(AB)$, der Graf von f und die Abszissenachse schließen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie deren Flächeninhalt. 6 BE
- 1.6 Eine Funktion h ergibt sich, wenn der Graf von f so in Ordinatensachsenrichtung verschoben wird, dass wieder genau 2 Nullstellen entstehen. Geben Sie die Gleichung der Funktion h an. 1 BE
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**
- 2.1 Berechnen Sie die explizite Zuordnungsvorschrift einer arithmetischen Zahlenfolge mit $a_3 = 3$ und $a_{18} = 63$. 3 BE
- 2.2 Geben Sie die Gleichung einer Wurzelfunktion an, die als Wertebereich $W_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -2\}$ besitzt. 2 BE
- 2.3 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Grafen von $f(x) = \frac{1}{x^2}$, die parallel zur Geraden $g(x) = 5 - \frac{1}{4} \cdot x$ verläuft. 5 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = -\frac{1}{2} \cdot e^x(x - 4)$, $x \in \mathbb{R}$.

- 3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Grafen von f mit den Koordinatenachsen. Geben Sie das Verhalten von f im Unendlichen an. 3 BE
- 3.2 Bestimmen Sie den Wertebereich von f exakt. Führen Sie dazu weitere geeignete Berechnungen durch. 6 BE
- 3.3 Berechnen Sie die Stelle x_1 von f mit dem größten Anstieg. 2 BE
- 3.4 Durch die Punkte $A(0 | 0)$, $B(t | 0)$ und $C(t | f(t))$ mit $0 \leq t \leq 4$ sind Dreiecke ABC gegeben. Berechnen Sie t so, dass sich ein Dreieck ABC mit maximalem Flächeninhalt ergibt. 4 BE

4 Finanzmathematik

15 BE

- 4.1 André und Peter besitzen jeweils ein Kapital von 20.000 €. Für eine Festgeldanlage erhalten sie von der Bank einen Zinssatz von $p = 1\%$. André behauptet, dass es bei diesem geringen Zinssatz egal ist, ob man die Anlage mit einfachen Zinsen oder mit Zinseszins wählt. Er hat sogar überlegt, dass die Summe der Zinsen für n Jahre bei beiden Anlagen mit der Formel $Z = 200 \cdot n$ berechnet werden kann. Peter behauptet, dass es trotz des niedrigen Zinssatzes einen Unterschied zwischen beiden Anlagen geben muss. Er hat sogar überlegt, dass die Kapitaldifferenz ΔK im n -ten Jahr annähernd mit der Formel $\Delta K = 1,1n^2 - 1,96n + 1,9$ berechnet werden kann und somit niemals Null wird. Untersuchen Sie jeweils den Wahrheitswert der Behauptungen. 4 BE
- 4.2 Frau Grube hatte ein Kapital K zu einem Zinssatz von $p = 1,5\%$ für 10 Jahre fest angelegt. Danach zahlte sie 15 Jahre lang bei gleichem Zinssatz einen Betrag von 3.000 € jährlich nachschüssig auf das Konto ein. Aus dem Vermögen ließ sie sich schon 5 Jahre lang jährlich nachschüssig eine Rente von 6.000 € auszahlen. Jetzt stellt sie fest, dass ihr damaliges Kapital K genau ein Drittel des derzeitigen noch vorhandenen Vermögens betrug.
- 4.2.1 Berechnen Sie das angelegte Kapital K . 4 BE
- 4.2.2 Berechnen sie die Anzahl der noch zu erwartenden Jahre ihrer Rentenzahlung, bis das Konto erloschen ist. 1 BE
- 4.3 Familie Müller möchte ein Haus für 350.000 € kaufen. Durch ihre Spareinlagen zahlen sie 20 % der Kaufsumme an. Für den Rest beantragen sie ein Darlehen. Von der Bank bekommen sie 2 Angebote zu einem Zinssatz von $p = 1,8\%$.
- I : Ein Annuitätendarlehen, bei dem nach 20 Jahren die Restschuld nur noch die Hälfte der Darlehenssumme beträgt.
- II : Ein Annuitätendarlehen, bei dem schon im 13. Jahr die Tilgung genau doppelt so groß ist wie die Zinsen.
- Untersuchen Sie die Angebote auf Annuität und Laufzeit. 6 BE

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Durch die folgenden Punkte ist ein Pyramidenstumpf bestimmt:

$A(1 \mid -2 \mid 1)$, $B(1 \mid 2 \mid 1)$, $C(-3 \mid 2 \mid 1)$, $D(-3 \mid -2 \mid 1)$,
 $E(0 \mid -1 \mid 4)$, $F(0 \mid 1 \mid 4)$, $G(-2 \mid 1 \mid 4)$.

- 5.1 Bestimmen Sie die Koordinaten des fehlenden Eckpunktes H. Zeichnen Sie den Pyramidenstumpf in ein dreidimensionales Koordinatensystem. 4 BE
- 5.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass es sich um einen geraden quadratischen Pyramidenstumpf handelt. 6 BE
- 5.3 Die Geraden $g(AE)$ und $h(CG)$ schneiden sich in einem Punkt M. Begründen Sie, welche Bedeutung dieser Punkt für den Pyramidenstumpf hat. 2 BE
- 5.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABFE. 3 BE

6 Statistik

15 BE

- 6.1 Geben Sie zu den folgenden Ereignissen den jeweiligen Skalentyp, deren Eigenschaft und die möglichen Mittelwerte an:
I Nationalität , II Einkommen 6 BE
- 6.2 In einer Firma werden Metallstifte für Werkzeuge produziert. Sie sollen 70 mm lang sein. Ab einer Abweichung von mehr als 0,5 % vom Sollwert zählt der Metallstift zum Ausschuss. Bei einer Qualitätskontrolle wurde bei den aus der laufenden Produktion entnommenen Metallstiften ein arithmetisches Mittel von $\bar{x} = 70,019$ mm berechnet. Das Kontrollergebnis ist in der folgenden Häufigkeitstabelle dargestellt:

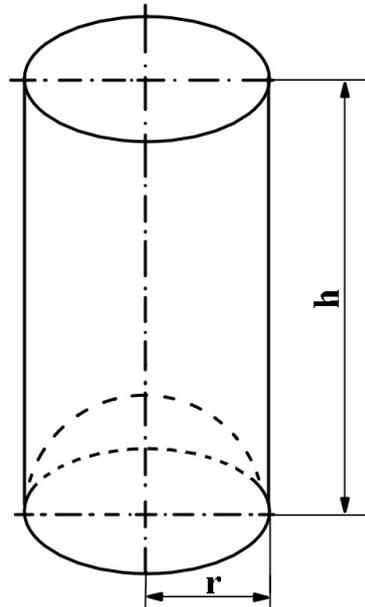
Länge x_i in mm	69,6	69,7	69,8	69,9	70,0	70,1	70,2	70,3	70,4
$H(x_i)$	5	3	8	13	35	12	11	n	4

- 6.2.1 Berechnen Sie die Anzahl der Metallstifte, die für die Qualitätskontrolle entnommen wurden. 3 BE
- 6.2.2 Berechnen Sie die Anzahl der Ausschusstifte. 2 BE
- 6.3 Die Preise zweier Weinsorten pro Liter werden in verschiedenen Läden der Stadt erfragt und in der folgenden Tabelle wiedergegeben. 4 BE

Preis Wein 1 in €	12,80	11,00	12,60	11,00	10,90	11,90
Preis Wein 2 in €	3,50	5,40	4,10	4,50	3,30	4,00

Berechnen Sie mit Hilfe der Standardabweichung, bei welchem Wein der Preis am meisten schwankt.

Ein oben offener zylindrischer Behälter hat als Boden eine nach innen gewölbte Halbkugel.



(Skizze nicht maßstäblich)

Der Behälter hat einen Oberflächeninhalt A , der für die weitere Betrachtung als Parameter angesehen wird.

- 7.1 Gegeben ist die Funktion $V = f(r) = 400 \cdot r - \frac{5}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.
- 7.1.1 Untersuchen Sie den Grafen von V auf Nullstellen und lokale Extrempunkte. 4 BE
- 7.1.2 Skizzieren Sie den Grafen von V im Intervall $0 \leq r \leq 9$. 2 BE
- 7.2 Berechnen Sie den Radius r von Zylinder und Halbkugel in Abhängigkeit vom Oberflächeninhalt A für den Fall, dass das Fassungsvermögen des Behälters maximal werden soll (Die Wandstärke bleibt unberücksichtigt). 6 BE
- 7.3 Es gelte die folgende Bedingung: 3 BE
 Der Oberflächeninhalt des Behälters darf nicht größer als 800 FE sein.
 Geben Sie ganzzahlige Werte für den Radius r und die zugehörige Höhe h so an, dass das Fassungsvermögen des Behälters näherungsweise maximal wird.
 Berechnen Sie das entstehende Volumen des Behälters.