



Prüfung 2023

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = \frac{2}{9} \cdot (x^4 - 4 \cdot x^3 + 16 \cdot x + 2)$. **25 BE**
- 1.1 Führen Sie die notwendigen Schritte der Kurvendiskussion durch, um damit danach den Wertebereich des Grafen von f exakt anzugeben. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise. 7 BE
- 1.2 Skizzieren Sie den Grafen in einem geeigneten Intervall. 2 BE
- 1.3 Begründen Sie jeweils, welche der folgenden Aussagen falsch sind. 5 BE
- 1.3.1 Der Graf von f hat genau 2 Wendepunkte.
 - 1.3.2 Der Graf der 1. Ableitung von f besitzt ein lokales Minimum auf der Abszissenachse.
 - 1.3.3 Der Graf der 1. Ableitung von f besitzt ein lokales Maximum auf der Abszissenachse.
 - 1.3.4 Der Graf von f besitzt im Intervall $I [-1,62 ; 0]$ nur negative Funktionswerte.
- 1.4 Für $x > 0$ existiert eine Tangente an den Grafen von f , die orthogonal zur Geraden $y = 2 - \frac{9}{32} \cdot x$ verläuft. Berechnen Sie deren Gleichung. 5 BE
- 1.5 Die Grafen von f und f' besitzen im Intervall $I [-1,20 ; 5,20]$ für fast alle Stellen x_i unterschiedliche Funktionswerte. Berechnen Sie die maximale Differenz dieser Funktionswerte im Intervall I . 6 BE
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten. **10 BE**
- 2.1 In den folgenden 4 Aufgaben ist jeweils genau eine Aussage richtig. Geben Sie diese in ihren Aufzeichnungen an. 4 BE
- 2.1.1 Gegeben ist die Zahlenfolge $(a_n) = \left(\frac{n - 2n^2}{n} \right)$.
- a) Das 11. Folgenglied hat den Wert -22 .
 - b) Die Folge hat den Grenzwert $g = -2$.
 - c) Die Zahlenfolge ist eine arithmetische Zahlenfolge.
 - d) Die Zahlenfolge ist monoton wachsend.
- 2.1.2 Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = 0,5 \cdot (x+2)^2 - 3$.
- a) Die Funktion hat einen Extrempunkt bei $E(2 | -3)$.
 - b) Die Funktion hat bei $W(1 | 4)$ einen Wendepunkt.
 - c) Der Wertebereich der Funktion ist $W_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq -3\}$.
 - d) Der Graf der Funktion schneidet die Ordinatenachse bei $S_y(0 | -1)$.

2.1.3 Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = (2 \cdot x - 3) \cdot e^x$.

- a) Der Graf der Funktion ist monoton fallend.
- b) Der Graf von f hat eine Nullstelle bei $x_0 = \frac{2}{3}$.
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

2.1.4 Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = 0,5 \cdot (x-3) \cdot (x-1) \cdot (x+2,5)$.

- a) Der Graf von f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
- b) Der Graf von f hat genau drei Extrempunkte.
- c) Der Graf von f' ist eine nach oben geöffnete Parabel 2. Ordnung.
- d) Der Schnittpunkt mit der y -Achse liegt bei $S_y(0 | 4)$.

2.2 Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich: $\frac{2 \cdot x \cdot (0,5 \cdot x - 1) \cdot (x+2)^2}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 2 \cdot x)}$ 3 BE

2.3 Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \frac{1}{x} + 5 \cdot x$. 3 BE
Berechnen Sie die Stellen x_1 und x_2 , an denen der Graph von f den Anstieg $m = 1$ besitzt.

Wahlaufgaben

Von den folgenden fünf Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen **15 BE**

Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = e^{\frac{1}{2} \cdot x} \cdot (2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 4)$, $x \in \mathbb{R}$.

3.1 Skizzieren Sie mit Hilfe notwendiger Berechnungen der Kurvendiskussion den Grafen von f im Intervall $I[-10; 2]$. 8 BE

3.2 Der Graf von f schließt im III. Quadranten mit den Koordinatenachsen eine Fläche A vollständig ein. 7 BE
Beurteilen Sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen, ob man die Tangente an den Grafen von f an der Stelle $x = -1$ als Näherungsfunktion zur Berechnung des Flächeninhalts von A nutzen kann.

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte $A(5 | 2 | 2)$, $B(6 | 5 | -2)$, $C(2 | 5 | -3)$ und $D(1 | 2 | 1)$.

- 4.1 Weisen Sie nach, dass die Punkte ABCD ein Rechteck bilden. 4 BE
- 4.2 Die Punkte ABCD bilden zusammen mit dem Punkt S, der in der xz – Ebene liegt, eine gerade Pyramide. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S.
(Kontrollergebnis: $S\left(\frac{70}{17} | 0 | -\frac{101}{34}\right)$) 5 BE
- 4.3 Berechnen Sie die Größe des Winkels, den die Kante \overline{AS} mit der Grundfläche der Pyramide bildet. 3 BE
- 4.4 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide. 3 BE

5 Finanzmathematik

15 BE

- 5.1 Familie Schmidt möchte 20.000 € als Festgeld 12 Jahre lang mit Zinseszins anlegen. Herr Schmidt findet ein Angebot A mit 4,0 % jährlicher Verzinsung. Frau Schmidt findet ein Angebot B mit 4,3 % Verzinsung pro Jahr, allerdings fällt hier eine monatliche Kontoführungsgebühr von 9 € an, die einmal jährlich mit der Zinsgutschrift eingezogen wird. Herr Schmidt sagt nun zu seiner Frau: „Dein Angebot hat höhere Zinsen, das ist profitabler.“
- 5.1.1 Begründen Sie mit Hilfe geeigneter Berechnungen, ob seine Aussage wahr ist. 3 BE
- 5.1.2 Berechnen Sie, ab wie viel Jahren die Anlage von Frau Schmidt profitabler wäre. 2 BE
- 5.1.3 Das Sparziel von Herrn Schmidt soll mit einem Bausparkonto zu sonst gleichen Bedingungen ebenfalls nach 12 Jahren erreicht werden, wobei laut Vertrag der Zinssatz nach der Hälfte der Laufzeit um 0,2 % steigt. Berechnen Sie die jährlich nachschüssig zu zahlende Rate. 3 BE
- 5.2 Familie Kunze nahm vor genau 10 Jahren für den Erwerb eines Hauses ein mit 3,5 % verzinstes Annuitätendarlehen auf, welches erst in 20 Jahren abbezahlt sein wird. Die Annuität dafür beträgt $A = 14.400$ € . Wenn sich Familie Kunze heute entscheidet, kann sie ab jetzt bei einem anderen Angebot den Zinssatz auf 3,1 % senken. Dafür wird aber eine einmalige Ablösegebühr des alten Vertrages von 8.000 € fällig.
- 5.2.1 Berechnen Sie den Preis des Hauses, wenn das Darlehen 80 % der Kaufsumme deckte. 3 BE
- 5.2.2 Entscheiden Sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen, ob Familie Kunze auf das neue Angebot eingehen sollte. 4 BE

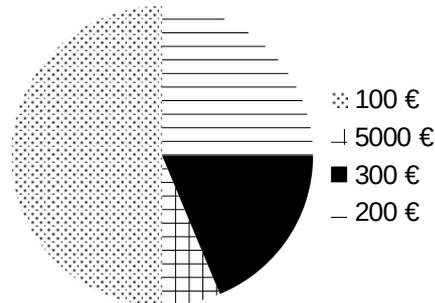
6 Statistik

15 BE

- 6.1 Beschreiben Sie die unterschiedlichen Möglichkeiten der Skalierungen von Merkmalsausprägungen. Ordnen Sie die folgenden Merkmale der entsprechenden Skala zu. 5 BE

Modalwert	keine Reihenfolge der Merkmalsausprägung
-----------	--

- 6.2 Von 800 Personen gaben 2 von 5 das Radfahren als ihre schönste Freizeitbeschäftigung an. Die Jahresausgaben hierfür sind im nebenstehenden Diagramm dargestellt, bei dem der 5000 € - Sektor genau einem Drittel des 300 € - Sektors entspricht. Herr Axt behauptet, dass die Durchschnittsausgaben mit 469 € sehr hoch sind. Diskutieren Sie diese Behauptung anhand geeigneter Mittelwerte. 5 BE



- 6.3 Auf einem Markt werden Obstschalen zu je 500 g angeboten. Jemand hat wahllos 20 Obstschalen gewogen und festgestellt, dass es Schalen mit 490 g , 500 g , 530 g , 510 g , 470 g gegeben hat. Erstellen Sie eine Häufigkeitstabelle, die folgende Angaben erfüllt: 5 BE
- (1) Es werden genau 6 Schalen mit exakt 500 g gewogen.
 - (2) Das arithmetische Mittel aller 20 Schalen beträgt genau $\bar{x} = 500$ g .
 - (3) Die Standardabweichung beträgt $s = \sqrt{390}$ g .