



# Prüfung 2023

## Fachoberschule

<b>Fach:</b>	<b>Mathematik</b>
<b>Fachrichtungen:</b>	<b>Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung</b>

### **Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer**

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

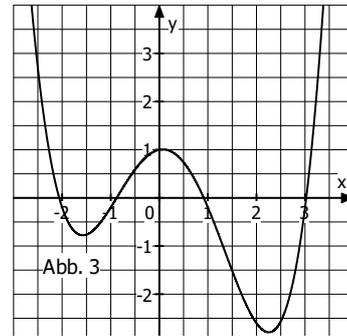
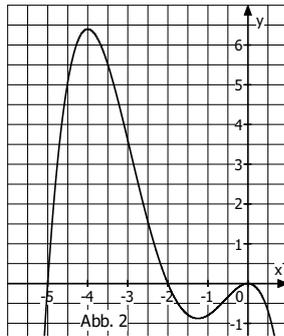
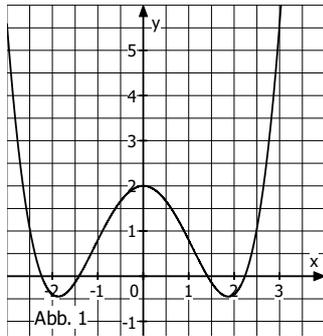
## Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $y = f(x) = \frac{1}{5} \cdot x^2 \cdot (x^2 + 7 \cdot x + 10)$  .

**25 BE**

1.1 Begründen Sie, warum keine der abgebildeten Grafen eine Darstellung der Funktion  $f$  ist.

3 BE



1.2 Untersuchen Sie den Grafen von  $f$  auf Verhalten im Unendlichen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen sowie lokale Extrem- und Wendepunkte.

9 BE

1.3 Zeichnen Sie den Grafen in einem geeigneten Intervall.

2 BE

1.4 Eine Tangente  $t$  an den Grafen von  $f$  verläuft parallel zur Geraden mit der Gleichung  $y = -3 + \frac{12}{5} \cdot x$  .

8 BE

Außerdem schließt  $t$  zusammen mit den Koordinatenachsen im II. Quadranten eine Fläche von  $A = \frac{24}{5}$  FE vollständig ein.

Diese Fläche  $A$  wird vom Grafen von  $f$  in einem bestimmten Verhältnis geteilt. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente  $t$  und das Teilungsverhältnis.

1.5 Geben Sie für die folgenden Fälle jeweils eine Funktionsgleichung an:

3 BE

1.5.1 Der Graf von  $f$  soll an der Ordinatennachse gespiegelt werden.

1.5.2 Der Graf von  $f$  soll so verschoben werden, dass er mit der Abszissenachse genau einen gemeinsamen Punkt besitzt.

1.5.3 Der Graf von  $f$  soll in Abszissenachsenrichtung um 3 LE nach rechts verschoben werden.

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug.  
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

**10 BE**

2.1 In den folgenden 4 Aufgaben ist jeweils genau eine Aussage richtig.  
Geben Sie diese in Ihren Aufzeichnungen an. 4 BE

2.1.1 Gegeben ist die Funktion  $y = f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 - 3 \cdot x$ .

- a) Der Graf von  $f$  ist achsensymmetrisch zur Ordinatenachse.
- b) Der Graf von  $f$  besitzt nur die Nullstellen  $x_1 = 0$  und  $x_2 = 3$ .
- c) Der Graf von  $f'$  besitzt genau einen lokalen Extrempunkt.
- d) Der Graf von  $f'$  besitzt genau einen Wendepunkt.

2.1.2 Gegeben ist die Zahlenfolge  $(a_n) = (16; 8; 4; 2; 1; \dots)$ .

- a) Das 6. Folgenglied ist  $-1$ .
- b) Die Zahlenfolge ist monoton fallend und arithmetisch.
- c) Die Zahlenfolge besitzt keine untere Schranke.
- d) Die Zahlenfolge ist geometrisch und eine Nullfolge.

2.1.3 Der Graf einer ganzrationalen Funktion  $g$  ist monoton wachsend im gesamten Definitionsbereich.

- a) Der Graf von  $g'$  hat nur positive Funktionswerte.
- b) Der Graf von  $g$  hat keine lokalen Extrempunkte.
- c) Der Graf von  $g$  hat keine Wendepunkte.
- d) Die Funktionswerte der 2. Ableitung sind immer negativ.

2.1.4 Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung  $y = f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

- a) auf dem Grafen von  $f$  liegt der Punkt  $P(3 | -5)$ .
- b) Der Graf von  $f$  hat keinen Wendepunkt.
- c) Der Graf von  $f$  hat nur negative Funktionswerte.
- d) Zum Definitionsbereich gehört  $x = -3$ .

2.2 Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich:  $\frac{(2 \cdot x^3 - 2 \cdot x) \cdot (x - 3)}{(x^2 + 2 \cdot x + 1) \cdot (2 \cdot x^2 - 6 \cdot x)}$  3 BE

2.3 Eine quadratische Funktion  $f$  hat einen lokalen Extrempunkt bei  $P(2 | 1)$  und verläuft durch den Punkt  $Q(4 | -7)$ . Berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $f$ . 3 BE

### Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

### **3 Funktionen**

**15 BE**

Die Funktion  $f$  ist durch  $y = f(x) = (x^2 - 5 \cdot x + 4) \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot x}$  gegeben.

3.1 Führen Sie die notwendigen Schritte der Kurvendiskussion durch, um damit danach den Wertebereich des Grafen von  $f$  exakt anzugeben. 8 BE

3.2 Die Punkte  $P(1 | 0)$ ,  $Q(u | f(u))$  und  $R(u | 0)$ ,  $-20 \leq u \leq 4$ , bilden ein Dreieck. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $Q$ , damit das Dreieck  $PQR$  einen maximalen Flächeninhalt bekommt. 7 BE

#### 4 Finanzmathematik

15 BE

- 4.1 Ein Startkapital von je 5.000 € soll nach 10 Jahren Anlage sowohl mit Zinseszins als auch mit einfacher Verzinsung 918 € Zinsen erzielen.
- 4.1.1 Begründen Sie ohne Rechnung, welcher der beiden Zinssätze der größere sein muss. 2 BE
- 4.1.2 Berechnen Sie für beide Anlagen den Jahreszins im 10. Jahr. 3 BE
- 4.2 Herr Hahn legt ein Kapital von 15.000 € zu einem Zinssatz von  $p = 1,8\%$  mit Zinseszins für 10 Jahre auf einem Rentenkonto fest an. Danach möchte er bei gleichem Zinssatz  $n$  Jahre jährlich nachschüssig 2.000 € auf dieses Konto einzahlen.  
Berechnen Sie die Jahre  $n$ , damit Herr Hahn nach der Einzahlungsphase bei sonst gleichen Bedingungen 20 Jahre lang nachschüssig eine jährliche Rente von  $R = 3.450,33$  € entnehmen kann, bis das Konto erloschen ist. 5 BE
- 4.3 Familie Reinsch hat vor 10 Jahren ein Haus gekauft. Um es zu finanzieren, mussten sie ein mit  $2,5\%$  verzinstes Annuitätendarlehen von 250.000 € mit einer Annuität von 13.568,96 € aufnehmen. Jetzt läuft die Zinsbindung aus und die Bank erhebt für die restliche Laufzeit einen Zinssatz von  $4,8\%$ . Nach Überprüfung der finanziellen Lage zahlt die Familie nun 2.398,75 € mehr pro Jahr.  
Berechnen Sie, ob die Familie ihr Darlehen in der ursprünglichen Laufzeit tilgen kann. 5 BE

#### 5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Die Punkte  $A(2 | -1 | 1)$ ,  $B(3 | 3 | 1)$ ,  $C(-2 | 1 | 2)$ ,  $G(0 | 0 | 1,5)$  und der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1, 5 \\ 3 \\ 0, 5 \end{pmatrix}$  sind gegeben.

- 5.1 Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Punkte A, B und C auf einer Geraden liegen. 3 BE
- 5.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC sowie den Innenwinkel  $\alpha$  beim Punkt A. 4 BE
- 5.3 Die Gerade  $g(GB)$  sowie die Gerade  $h(A, \vec{a})$  schneiden sich in einem Punkt S.  
Berechnen Sie dessen Koordinaten. 3 BE
- 5.4 Die Punkte D, E und F bilden die Deckfläche eines geraden Prismas ABCDEF mit der Höhe  $h = \sqrt{85,25}$  LE.  
Berechnen Sie deren Koordinaten. 5 BE

## 6 Statistik

15 BE

- 6.1 An einer Schule wurde eine Umfrage zur Höhe des monatlichen Taschengeldes durchgeführt. Aus den Klassenstufen 5 bis 9 beteiligten sich 120 Schüler.

Klassenbreite in €	$0 \leq x < 5$	$5 \leq x < 10$	$10 \leq x < 20$	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 50$	$50 \leq x < 75$
$h_{120}(x)$ in %	10,8	15	21,8	15,8	19,1	17,5

- 6.1.1 Berechnen Sie den Median und das arithmetische Mittel des monatlichen Taschengeldes sowie die Anzahl der Schüler, die mindestens 20 € Taschengeld erhalten. 4 BE
- 6.1.2 Berechnen Sie das durchschnittliche Taschengeld eines Kindes, das bezüglich des Taschengeldes zum „ärmsten Viertel“ gerechnet wird. 3 BE
- 6.1.3 Berechnen Sie die Gesamtsumme des an die beteiligten Schüler ausgezahlten Taschengeldes. 3 BE  
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des gesamten bezogenen Taschengeldes, das die Schüler beziehen, die mindestens 50 € monatlich erhalten.
- 6.2 Das beschäftigte Pflegepersonal in den Krankenhäusern eines Landkreises in den letzten 8 Jahren ist in der folgenden Tabelle aufgelistet. 5 BE

Jahr	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Personen	2.417	2.429	2.357	2.370	2.337	2.402	2.345	2.373

Interpretieren Sie mit Hilfe der Standardabweichung die Personalentwicklung in den letzten 8 Jahren.