Freistaat Thüringen
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfung 2024

Nachtermin

Fachoberschule

Fach:	**Mathematik**
Fachrichtungen:	**Ernährung und Hauswirtschaft** **Gestaltung, Technik** **Gesundheit und Soziales** **Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit:	210 Minuten
Hilfsmittel:	von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung; Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig); Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

1 Gegeben ist die Funktion f mit $y = f(x) = \frac{1}{11} \cdot \left(2 \cdot x^4 - 8 \cdot x^3 + 32\right)$. **25 BE**

1.1 Begründen Sie, bei welcher der drei Abbildungen es sich um den Grafen der ersten Ableitung von f handelt . 5 BE

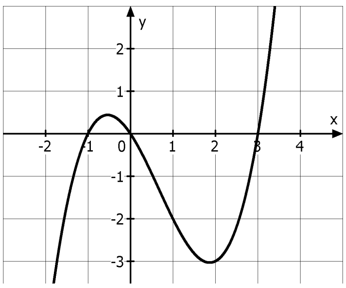


Abb. 1

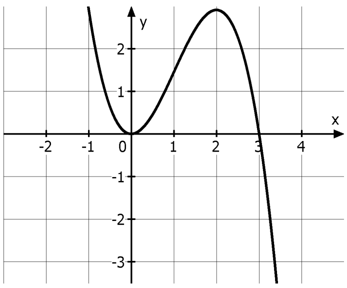


Abb. 2

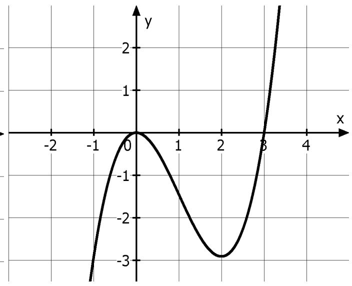


Abb.3

1.2 Untersuchen Sie den Grafen von f auf Verhalten im Unendlichen sowie lokale Extrempunkte. 5 BE

1.3 Skizzieren Sie den Grafen von f in einem geeigneten Intervall. 2 BE

1.4 Es gibt Tangenten an den Grafen von f, die senkrecht zur Geraden mit der Gleichung $y = \frac{11}{16} \cdot x$ verlaufen. 9 BE
Skizzieren Sie alle möglichen Tangenten mit dieser Eigenschaft in die unter 1.3. angefertigte Abbildung.
Berechnen Sie die zugehörigen Gleichungen dieser Tangenten.
Beschreiben Sie in einem vollständigen Satz die Besonderheit einer dieser Tangenten.

1.5 Die Gerade x = 3 teilt eine Fläche, die der Graf von f und die Abszissenachse vollständig einschließen, in 2 Teilflächen. 4 BE
Berechnen Sie das Teilverhältnis dieser Teilflächen.

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. **10 BE**
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

2.1 In den folgenden 4 Aufgaben ist jeweils genau eine Aussage richtig. 4 BE
Geben Sie diese in ihren Aufzeichnungen an.

2.1.1 Von einer Zahlenfolge (a_n) sind die Glieder $a_5 = 17$, $a_6 = 16{,}25$, $a_7 = 15{,}5$ und $a_8 = 14{,}75$ gegeben.

a) Es handelt sich um eine geometrische Zahlenfolge.
b) Die Zahlenfolge ist nach unten beschränkt.
c) Es handelt sich um eine arithmetische Zahlenfolge und $a_1 = 20$.
d) Die Zahlenfolge hat den Grenzwert Null.

2.1.2 Für eine ganzrationale Funktion 3. Grades gilt:
$f'(3) = 0$, $f''(3) = 0$ und $f'''(3) < 0$.
a) Die Funktion f hat bei x = 3 ein lokales Maximum.
b) Die Funktion f hat bei x = 3 ein lokales Minimum.
c) Der Graph von f wechselt bei x = 3 von einer Rechts- auf eine Linkskurve.
d) Bei x = 3 hat f einen Sattelpunkt.

2.1.3 Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$
a) x = -3 gehört nicht zum Definitionsbereich von f.
b) Der Definitionsbereich von f ist $D_f = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2 \}$.
c) Der Wertebereich von f ist $W_f = \{ y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0 \}$.
d) Der Graf von f hat eine lokale Extremstelle bei $x_E = 0$.

2.1.4 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^x \cdot (2x - 6)$
a) Der Graf von f hat genau 2 Nullstellen.
b) Der Graf von f hat genau 2 lokale Extremstellen.
c) Jede Stammfunktion von f besitzt genau eine lokale Extremstelle bei x = 3 .
d) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

2.2 Geben Sie die Gleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades an, die die Abszissenachse bei $x_0 = 0$ schneidet und bei x = -1 berührt. 2 BE

2.3 Gegeben ist die Zahlenfolge (a_n) mit $(a_n) = \left(\frac{1 - 3n}{n} \right)$.

2.3.1 Geben Sie die obere und untere Grenze sowie deren Grenzwert an. 3 BE

2.3.2 Verändern Sie einen Koeffizienten im Zähler, damit sich eine Nullfolge ergibt. 1 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen — 15 BE

Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = e^{\frac{1}{4} \cdot x} \cdot \left(-\frac{1}{8} \cdot x^2 + \frac{3}{4} \cdot x \right)$.

3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Funktionsgrafen mit den Koordinatenachsen und geben Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen an. 3 BE

3.2 Begründen Sie ohne weitere Rechnung die Anzahl, Lage und Art der Extremstellen von f. 4 BE

3.3 Skizzieren Sie den Grafen von f im Intervall I [-7 ; 6,5] . 1 BE

3.4 Berechnen Sie exakt die obere Grenze des Wertebereichs. 2 BE

3.5 Die Punkte O, A und B mit O (0 | 0) , A (t | 0) und B (t | f(t)) , $0 \leq t \leq 6$, bilden ein Dreieck. Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt des Dreiecks OAB. 5 BE

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung **15 BE**

Gegeben sind die Punkte A(2 + a | 2 | 4) , B(2 - a | -2 | -2) und C(11 | 6 | 10) . Eine Geradenschar g_a , a ϵ *R*, verläuft durch die Punkte A und B.

4.1 Für a = 0 bilden die Punkte A, B und C ein Dreieck. 3 BE
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

4.2 Berechnen Sie den Schnittwinkel der Geraden g_1 und g_5 . 5 BE
Prüfen Sie, ob es einen Vertreter von g_a gibt,
der zur Geraden g_1 senkrecht verläuft.

4.3 Berechnen Sie, für welches a der Punkt C auf dem Grafen von g_a liegt. 2 BE

4.4 Berechnen Sie den Spurpunkt von g_a mit der xz – Ebene. 5 BE
Begründen Sie nun die Lage aller Vertreter von g_a im Koordinatensystem.

5 Finanzmathematik **15 BE**

5.1 Ein Startkapital K_o soll 11 Jahre lang zum einen mit Zinseszins zu einem Zinssatz von p_{zz} = 4,4 % angelegt werden. Zum anderen soll K_o ebenfalls 11 Jahre lang mit einfacher Verzinsung p_{ez} angelegt werden.

5.1.1 Berechnen Sie, wie hoch der Zinssatz p_{ez} sein muss, um das gleiche Endkapital wie mit Zinseszins zu erzielen. 2 BE

5.1.2 Untersuchen Sie, wie lange K_o mindestens angelegt werden müsste, damit der Unterschied zwischen p_{zz} und p_{ez} mindestens 2 % beträgt, um das gleiche Endkapital zu erreichen. 2 BE

5.2 Um für sein Rentenalter vorzusorgen, möchte Herr Dogan
ab seinem 30. Geburtstag in eine kapitalbildende Lebensversicherung, die mit 4,6 % verzinst wird, jährlich nachschüssig 1.500 € einzahlen, um dann ab dem 67. Lebensjahr eine Auszahlung zu erhalten.

5.2.1 Berechnen Sie den prozentualen Zinsanteil des Rentenendwertes. 4 BE

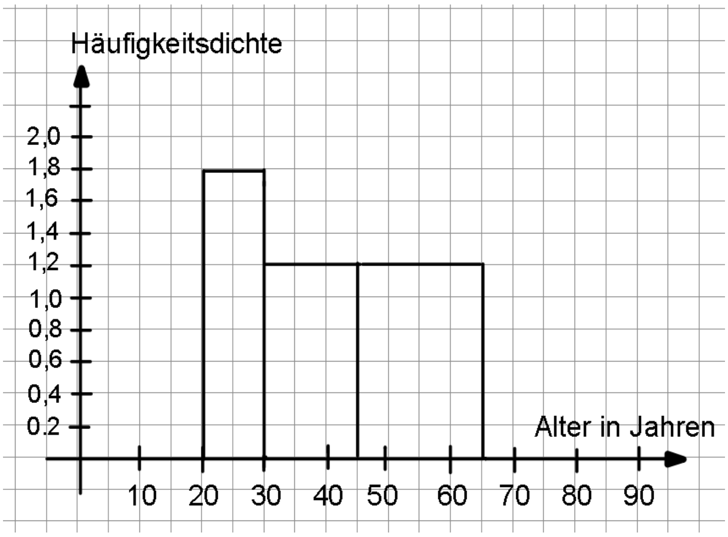
5.2.2 Die Lebenserwartung eines Deutschen liegt bei ca. 80 Jahren. 4 BE
Er möchte in seiner Lebenszeit das angesparte Vermögen selbst nutzen. Beurteilen Sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen, ob sich Herr Dogan jährlich nachschüssig 12.000 € auszahlen lassen sollte, bis das Rentenkonto erlischt.

5.3 Je länger man bei einem Annuitätendarlehen für die Rückzahlung benötigt, 3 BE
um so mehr Zinsen zahlt man über die gesamte Laufzeit.
Berechnen Sie, wie viele Jahre man einen Kredit von 200.000 € bei einem Zinssatz von 6 % zurückzahlen muss, damit die Summe der Tilgungen genauso hoch wie die Summe aller gezahlten Zinsen ist.

6 Statistik **15 BE**

6.1 Erklären Sie für ein Beispiel ordinalskalierter Daten die Bestimmung der Lage- und Streuungsparameter. 3 BE

6.2 Dargestellt ist ein Histogramm der Altersverteilung der Pflegekräfte einer Pflegestation:



6.2.1 Werten Sie das Diagramm aus. 2 BE

6.2.2 Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem Kreisdiagramm dar. 3 BE

6.3 In den Häufigkeitstabellen sind die Messergebnisse von gleichen Werkstücken zweier Produktionslinien aufgelistet:

	I						II				
Länge x_i in mm	150	180	200	210	260		140	x	200	220	250
$H(x_i)$	30	40	100	50	30		50	20	120	y	60

Einige Zahlen in Tabelle II sind nicht mehr zu erkennen. Man weiß aber, dass in den Lücken ausschließlich natürliche Zahlen standen und dass die arithmetischen Mittel der Längenmessungen für beide Tabellen gleich waren.

6.3.1 Herr Klaus behauptet, dass man trotz der Lücken in Tabelle II sofort erkennen kann, dass die Standardabweichung der Längen der Tabelle I kleiner ist als die Längen der Tabelle II. Diskutieren Sie diese Behauptung. 2 BE

6.3.2 Berechnen Sie, wie viel Prozent der Werkstücke in Tabelle I außerhalb der einfachen Standardabweichung vom Mittelwert liegen. 2 BE

6.3.3 Zeigen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, dass es für die fehlende Länge und die fehlende Anzahl in Tabelle II mehrere Kombinationen gibt. Geben Sie 2 Möglichkeiten an. 3 BE