



Prüfung 2024

Fachoberschule

Fach:	Mathematik
Fachrichtungen:	Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

- 1 Der Graf einer ganzrationalen Funktion dritten Grades hat im Punkt **25 BE**
 $P\left(-1 \mid \frac{32}{3}\right)$ eine waagerechte Tangente und bei $x = 1$ eine Wendestelle. Im Punkt mit dem kleinsten Anstieg beträgt die Steigung $m = -4$.
- 1.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von f . 5 BE
(Kontrollergebnis: $y = f(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^3 - 3 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 27)$)
- 1.2 Erläutern Sie am Beispiel von $f(x)$, wie man ohne Taschenrechner mit Hilfe eines geeigneten Lösungsverfahrens die Nullstellen des Grafen von f berechnet. 10 BE
Führen Sie weitere notwendige Rechnungen der Kurvendiskussion aus, um danach den Grafen von f im Intervall $I [-3,2 \mid 3,5]$ zu zeichnen.
- 1.3 Berechnen Sie unter Nutzung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung den Flächeninhalt, der vom Grafen von f und der Abszissenachse vollständig eingeschlossen wird. 4 BE
- 1.4 Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC mit $A(-3 \mid 0)$, $B(u \mid 0)$ und $C(u \mid f(u))$ mit $-3 \leq u \leq 3$ soll maximal werden. 6 BE
Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten des Punktes C und diesen maximalen Flächeninhalt.
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. **10 BE**
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.
- 2.1 In den folgenden 4 Aufgaben ist jeweils genau eine Aussage richtig. 4 BE
Geben Sie diese in Ihren Aufzeichnungen an.
- 2.1.1 Der Funktionsterm $f(x)$ einer ganzrationalen Funktion 4. Grades besitzt nur gerade Exponenten.
a) Der Graf der Funktion f ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
b) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt dann $f(x) = f(-x)$.
c) Für alle Funktionen f gilt immer: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ und $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
d) Die Funktion f hat auf jeden Fall 4 Nullstellen.
- 2.1.2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{x}$.
a) Der Graf von f schneidet die Ordinatenachse in $S_y (0 \mid 4)$.
b) Eine Stammfunktion von f ist $F(x) = 4$.
c) Der Graf von f beschreibt im gesamten Definitionsbereich eine Rechtskurve.
d) Eine Tangente an den Grafen von f lautet: $y = t(x) = 8 - 4x$.
- 2.1.3 Gegeben ist die Zahlenfolge $(a_n) = \left(\frac{n^2 + 4 \cdot n + 4}{n + 2}\right)$.
a) Die Zahlenfolge ist arithmetisch.
b) Die Zahlenfolge hat den Grenzwert $g = 1$.
c) Die Zahlenfolge besitzt keine untere Schranke.
d) Die untere Grenze der Zahlenfolge ist $G_u = 2$.

2.1.4 Die Gleichung $0 = \frac{2 \cdot x \cdot (x^2 - 1) \cdot (x^2 + x)}{x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)^2}$ hat

- a) genau eine Lösung,
- b) keine Lösung,
- c) genau 2 Lösungen,
- d) $L = \{0\}$.

2.2 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an den Grafen von $f(x) = \sqrt{x}$ an der Stelle $x = 4$. 3 BE

2.3 Geben Sie jeweils die Gleichung einer Funktion an, die jeweils die folgenden Bedingungen erfüllt: 3 BE

2.3.1 eine lineare Funktion, deren Graf zur Ordinatenachse einen Winkel von $\alpha_y = 60^\circ$ einnimmt,

2.3.2 eine quadratische Funktion, deren Graf eine nach unten geöffnete Normalparabel mit genau einer Nullstelle bei $x = 3$ ergibt.

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen

15 BE

Gegeben sind die Funktionen f und g durch

$$y = f(x) = -e^x \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 1) \quad \text{und} \quad y = g(x) = e^x - x^2 \cdot e^x.$$

Eine Gerade h verläuft durch die Punkte $P(0 \mid f(0))$ und $Q(-4 \mid f(-4))$.

3.1 Bestätigen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, dass f eine Stammfunktion von g ist. 2 BE

3.2 Es gibt genau 2 Tangenten an den Grafen von f , die orthogonal zur Ordinatenachse verlaufen. Berechnen Sie den Abstand dieser Tangenten. 4 BE

3.3 Berechnen Sie die Geradengleichung von h . Untersuchen Sie, ob die Gerade h eine Tangente an den Grafen von f an der Stelle $x = -4$ ist. 4 BE

3.4 Der Graf der Funktion f , die Abszissenachse und die Gerade $x = -4$ schließen eine Fläche A vollständig ein. Berechnen Sie, in welchem Verhältnis die Gerade h die Fläche A teilt. 5 BE

4 Finanzmathematik

15 BE

- 4.1 Mit einer Kapitalanlage (I) mit Zinseszins und einer Anlage (II) mit einfacher Verzinsung soll jeweils ein Kapital in 20 Jahren verdoppelt werden.
- 4.1.1 Beschreiben Sie, unter welchen Voraussetzungen das möglich ist. 1 BE
- 4.1.2 Untersuchen Sie den Wahrheitswert der Behauptung:
Das Verhältnis der Zinssätze von Anlage (I) zu Anlage (II) ist rund 1 : 1,42. 3 BE
- 4.2 Auf ein mit 1,7 % verzinstes Rentenkonto möchte Herr Kopf 12 Jahre lang 615 € und die restlichen Jahre die dreifache Rente jährlich nachschüssig einzahlen. Frau Kopf möchte stattdessen dasselbe Rentenkonto mit einer Einmalzahlung am Anfang der Laufzeit bedienen. Nach n Jahren des Sparens wollen sie 14 Jahre lang jährlich nachschüssig 4.000 € entnehmen, bis das Konto erloschen ist.
Berechnen Sie den finanziellen Unterschied der beiden Einzahlungsvarianten. 7 BE
- 4.3 Familie B. möchte das aufgenommene Annuitätendarlehen von 280.000 € nach 30 Jahren abgezahlt haben und weiß, 4 BE
1. dass die Zinsbindung von 2 % nach 15 Jahren ausläuft und eine Anschlussfinanzierung für die restlichen 15 Jahre zu dem dann aktuellen Zinssatz, der höher als 3 % sein wird, erfolgt,
 2. dass sie in 15 Jahren zu Geld kommen und deshalb eine Sondertilgung von 20.000 € vor der Anschlussfinanzierung vornehmen möchte,
 3. dass sie nicht mehr als 12.000 € Annuität pro Jahr aufbringen können.
- Zeigen Sie mit Hilfe geeigneter Berechnungen, dass das Vorhaben der Familie unter diesen Bedingungen unrealistisch ist.

5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte A (2 | -1 | 2), B (-1 | 1 | -1), C (-1 | 1 | 5) und D (4 | 1 | -1).

- 5.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem.
Berechnen Sie seinen Umfang. 3 BE
- 5.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC
sowie seinen größten Innenwinkel. 5 BE
- 5.3 Die Punkte D, E und F ergänzen das Dreieck ABC
in dieser Reihenfolge zu einem Prisma mit dreieckiger Grundfläche.
Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte E und F und weisen Sie nach, dass es sich um ein schiefes Prisma handelt. 3 BE
- 5.4 Die Seitenhalbierenden des Dreiecks ABC schneiden sich
in einem Punkt S, berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes. 4 BE

- 6.1 Eine Klausur wurde an 2 Universitäten geschrieben. Man besteht diese Klausur, wenn man mindestens 50 % der Punkte erzielt. Die folgenden Tabellen zeigen die Ergebnisse:

Uni A	Klassen x_i in %	$H(x_i)$
	[0;24]	5
	[25;49]	10
	[50;70]	16
	[71;85]	15
	[86;95]	10
	[96;100]	3

Uni B	Klassen x_i in %	$H(x_i)$
	[0;24]	7
	[25;49]	18
	[50;70]	24
	[71;85]	35
	[86;95]	13
	[96;100]	3

- 6.1.1 Berechnen Sie die Standardabweichung der Ergebnisse der Universität A. 3 BE
- 6.1.2 Stellen Sie den Sachverhalt der Universität A in einem Histogramm dar. Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise. 3 BE
- 6.1.3 Herr Krause behauptet, dass man in dieser Klausur an der Universität A erfolgreicher als an der Universität B bestanden hat, da hier weniger Studenten durchgefallen sind. Beurteilen Sie diese Aussage mit Hilfe geeigneter Rechnungen. 3 BE
- 6.2 Gegeben sind folgende Merkmale: 6 BE
- Verdienst, Abiturnote in Mathematik, Beruf, Kontobewegung pro Monat, Haarfarbe
- Nennen Sie jeweils den Merkmalstyp und die Skalierung. Geben Sie zu den Merkmalen jeweils ein Beispiel für die Merkmalsausprägung an.