



Prüfung 2025

Nachtermin

Fachoberschule

Fach: **Mathematik**

Fachrichtungen: **Ernährung und Hauswirtschaft
Gestaltung, Technik
Gesundheit und Soziales
Wirtschaft und Verwaltung**

Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende
Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

Pflichtaufgaben

- 1 Der Graf einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades 25 BE
besitzt in $P_w\left(\frac{13}{3} \mid -\frac{143}{81}\right)$ einen Wendepunkt und an der Stelle $x = 5$
eine Tangente mit der Gleichung $y = t(x) = \frac{5}{2} \cdot x - \frac{25}{2}$.
- 1.1 Berechnen Sie die Funktionsgleichung von f . 4 BE
(Kontrollergebnis: $f(x) = -\frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{13}{6} \cdot x^2 - \frac{20}{3} \cdot x$)
- 1.2 Beschreiben Sie, wie man vom Grafen von f ohne Taschenrechner 3 BE
das Verhalten im Unendlichen bestimmen kann.
- 1.3 Untersuchen Sie den Grafen von f auf Schnittpunkte 5 BE
mit den Koordinatenachsen sowie lokale Extrempunkte.
- 1.4 Skizzieren Sie den Grafen von f in einem geeigneten Intervall. 2 BE
- 1.5 Durch den Punkt $P(u \mid f(u))$, $0 \leq u \leq 8$, verlaufen Parallelen zu den 6 BE
Koordinatenachsen, die zusammen mit diesen eine Fläche vollständig
einschließen. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P , damit die
beschriebene Fläche einen maximalen Flächeninhalt bekommt.
- 1.6 Geben Sie jeweils alle möglichen Funktionsgleichungen für die folgenden 5 BE
Bedingungen an:
- 1.6.1 Der Graf von f soll so verschoben werden, dass er punktsymmetrisch zum
Ursprung verläuft.
- 1.6.2 Der Graf von f soll am Ursprung gespiegelt werden.
- 1.6.3 Der Graf von f soll so in Ordinatachsenrichtung verschoben werden, dass
ein lokaler Extrempunkt gleichzeitig eine Nullstelle wird.
- 2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug. 10 BE
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.
- 2.1 In den folgenden 4 Aufgaben ist jeweils genau eine Aussage richtig. 4 BE
Geben Sie diese in ihren Aufzeichnungen an.
- 2.1.1 Die Funktion $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$
- a) hat als Definitionsbereich $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.
- b) hat als Definitionsbereich $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0, x \leq -1\}$.
- c) ist im gesamten Definitionsbereich monoton wachsend.
- d) hat keine ganzzahligen Funktionswerte.

2.1.2 Die Zahlenfolge $(a_n) = (24; 12; 6; 3; \dots)$

- a) ist eine arithmetische Zahlenfolge.
- b) hat als explizite Zuordnungsvorschrift die Formel $(a_n) = (36 - 12n)$.
- c) ist monoton wachsend.
- d) hat als explizite Zuordnungsvorschrift die Formel $(a_n) = (3 \cdot 2^{4-n})$.

2.1.3 Eine ganzrationale Funktion dritten Grades

- a) hat immer 3 Nullstellen.
- b) hat immer 2 lokale Extrempunkte.
- c) hat immer einen Wendepunkt.
- d) verläuft immer vom I. in den III. Quadranten.

2.1.4 Die Lösungsmenge $L = \{0; \frac{e^2 - 4}{2}\}$ gehört zur Gleichung

- a) $2x - x \cdot \ln(2x + 4) = 0$
- b) $e^2 = 2x + 4$
- c) $2x + 4 = e$
- d) $2 - \ln(2x + 4) = 0$

2.2 Geben Sie die Gleichungen der gesuchten Funktionen an.

2.2.1 Eine zur Abszissenachse parallele Gerade, die die Ordinatenachse im Punkt $S(0 | 3)$ schneidet. 1 BE

2.2.2 Der Graf einer quadratischen Funktion ist eine nach unten geöffnete Normalparabel mit genau einer Nullstelle $x_0 = -2$, 2 BE

2.2.3 Alle Stammfunktionen von $f(x) = 2 - 2x$, die keine Nullstellen besitzen. 3 BE

Wahlaufgaben

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

3 Funktionen 15 BE

Gegeben ist die Funktion f durch $y = f(x) = e^{\frac{1}{2}x} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{3}{2} \cdot x \right)$.

3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Funktionsgraphen mit den Koordinatenachsen und geben Sie das Verhalten der Funktion im Unendlichen an. 3 BE

3.2 Untersuchen Sie den Grafen von f auf lokale Extrempunkte und zeichnen Sie ihn im Intervall $I [-7; 3,5]$. 6 BE

3.3 Der Graf von f soll vertikal so verschoben werden, dass er genau eine Nullstelle besitzt. Geben sie dazu die neuen Funktionsgleichungen an. 3 BE

3.4 Untersuchen Sie, für welche Anstiege es genau 2 Tangenten an den Grafen von f gibt. 3 BE

4 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Gegeben sind die Punkte $A(2 | 1 | 0)$, $B(4 | 3 | 1)$ und $C(1 | 5 | 3)$.

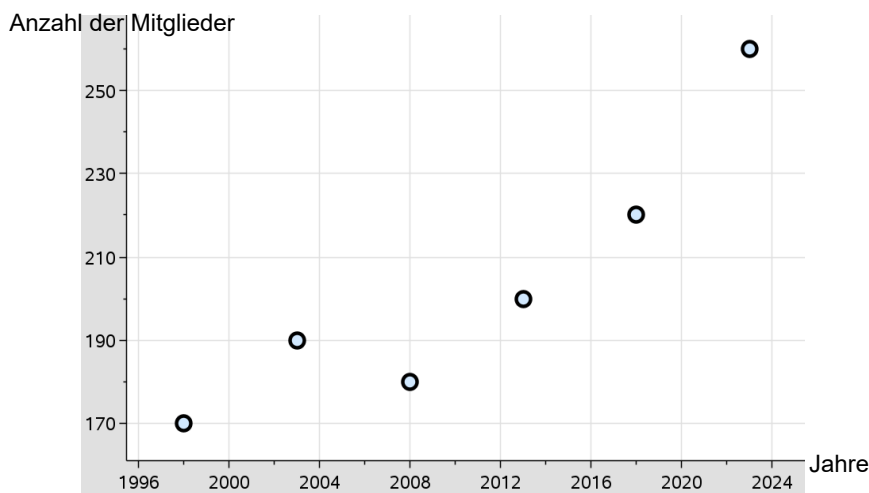
- 4.1 Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist. 3 BE
- 4.2 Berechnen Sie die Koordinaten eines Punktes D, damit das Viereck ABCD ein Rechteck wird. 2 BE
- 4.3 Der Punkt S, der sich in der xz – Ebene befindet, soll die Spitze einer geraden Pyramide mit der Grundfläche ABCD sein. Berechnen Sie für diesen Fall die Koordinaten des Punktes S. 5 BE
(Kontrollergebnis: $S\left(\frac{33}{14} | 0 | \frac{81}{14}\right)$)
- 4.4 Berechnen Sie den Winkel der Seitenfläche ABS zur Grundfläche der Pyramide. 3 BE
- 4.5 Begründen Sie, wie man die Koordinaten der Punkte A, B und D ändern müsste, damit die Grundfläche der Pyramide parallel zur xy – Ebene verläuft. 2 BE

5 Finanzmathematik

15 BE

- 5.1 Frau Meyer hat im 10. Jahr ihrer mit 3,5 % verzinsten Festgeldanlage mit Zinseszins Zinsen im Wert von 954,03 € erhalten.
- 5.1.1 Berechnen Sie das Startkapital von Frau Meyer. 3 BE
- 5.1.2 Berechnen Sie, zu wie viel Prozent das Startkapital von Frau Meyer ohne Zinseszins angelegt werden müsste, damit nach 10 Jahren das gleiche Endkapital wie mit dem gegebenen Zinseszins erhalten wird. 2 BE
- 5.2 Herr Meyer möchte auf ein Rentenkonto mit einem Anfangskapital von 10.000 € eine jährlich wiederkehrende Rente einzahlen. Er behauptet nun, dass unabhängig vom Zinssatz bei einer doppelten Rente nach 10 Jahren auch der doppelte Rentenendwert entstehen muss. Beurteilen Sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen, ob seine Behauptung stimmt. 5 BE
- 5.3 Ein mit 4 % verzinstes Annuitätendarlehen von 250.000 € soll in 30 Jahren komplett zurückgezahlt werden. Untersuchen Sie mit Hilfe geeigneter Rechnungen, ob bei Halbierung der Laufzeit des Darlehens bei gleichem Zinssatz auch nur die Hälfte der insgesamt anfallenden Zinsen bezahlt werden müssen. 5 BE

- 6.1 Das folgende Diagramm ist überschrieben mit
 I „Sport treiben liegt immer mehr im Trend.“
 II „Die Mitgliederzahl unseres Sportvereins ist seit 1998 um mehr als das Doppelte gestiegen.“



- 6.1.1 Werten Sie dieses Diagramm unter Berücksichtigung der beiden Aussagen aus. 3 BE
- 6.1.2 Zeichnen Sie ein aussagekräftiges Diagramm dazu. 2 BE
- 6.2 Für das Betreiben einer Sportart benötigt man kleine Kugeln mit einem Durchmesser von 5,6 mm. Deshalb hat man sich von 2 Anbietern Muster schicken lassen, die folgende Maße besaßen. 5 BE

d in mm	5,3	5,5	5,6	5,7	5,8
H	10	10	50	20	10

d in mm	5,2	5,4	5,6	5,7	5,8
H	5	x	60	20	20

Herr Müller stellt fest, dass er sich aufgrund des gleichen arithmetischen Mittels noch nicht für einen Anbieter entscheiden kann. Aber er sieht in Tabelle II mehr Kugeln mit $d = 5,6$ mm und würde deshalb Anbieter II auswählen.

Diskutieren Sie Herrn Müllers Auswahl.

Begründen Sie Ihre Entscheidung für einen Anbieter mithilfe geeigneter Berechnungen.

- 6.3 Es wurden 300 Schüler dazu befragt, wie viele Minuten Sport sie in einer Woche treiben. Die Auswertung ergab: 5 BE
- 100 Schüler treiben 280 min Sport pro Woche,
 - das arithmetische Mittel beträgt 280 min und die Standardabweichung ist $s = 2 \cdot \sqrt{285}$,
 - es gibt noch 4 weitere Zeitangaben, die symmetrisch im Abstand von 30 und 60 min zum arithmetischen Mittel liegen.

Ermitteln Sie für diese Umfrage eine mögliche Häufigkeitstabelle.