



# Prüfung 2025

## Fachoberschule

<b>Fach:</b>	<b>Mathematik</b>
<b>Fachrichtungen:</b>	<b>Ernährung und Hauswirtschaft Gestaltung, Technik Gesundheit und Soziales Wirtschaft und Verwaltung</b>

### Hinweise für die Prüfungsteilnehmerinnen und Prüfungsteilnehmer

Bearbeitungszeit: 210 Minuten

Hilfsmittel: von der Fachkonferenz der Schule genehmigte Formelsammlung;  
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig);  
Zeichengeräte; Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**Vom Prüfungsteilnehmer sind die Pflichtaufgaben und eine auszuwählende Wahlaufgabe vollständig zu bearbeiten.**

## Pflichtaufgaben

- 1 Die Funktion  $f$  ist durch  $y = f(x) = \frac{1}{9}x^4 - 2x^2 + 5$  gegeben. **25 BE**
- 1.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion unter Nutzung eines geeigneten Lösungsverfahrens. 4 BE
- 1.2 Geben Sie das Verhalten des Grafen im Unendlichen an und begründen Sie seine Symmetrieeigenschaft. 3 BE
- 1.3 Skizzieren Sie den Grafen der Funktion im Intervall  $I [-4,25 ; 4,25]$ . 2 BE
- 1.4 Berechnen Sie die Koordinaten des lokalen Extrempunktes, der im 4. Quadranten liegt. 3 BE
- 1.5 Der Graf einer Funktion  $g$  soll jeweils durch folgende Veränderungen des Grafen von  $f$  entstehen. 4 BE
- 1.5.1 Der Graf von  $f$  wird an der Abszissenachse gespiegelt.
- 1.5.2 Die größte Nullstelle von  $f$  soll in den Koordinatenursprung verschoben werden.
- 1.5.3 Es sei  $g_c(x) = f(x) + c$ ,  $c \in \mathbb{R}$ .  
Der Graf von  $g_c$  soll genau 2 Nullstellen besitzen.
- Geben Sie jeweils alle möglichen Funktionsgleichungen für  $g$  an.
- 1.6 Im Intervall  $I [0 ; 3]$  existiert eine Tangente an den Grafen von  $f$  mit dem kleinsten Anstieg. Berechnen Sie deren Gleichung exakt. 4 BE
- 1.7 Die Gerade mit der Gleichung  $y = g(x) = -\frac{8}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot x + 8$  schließt mit den Koordinatenachsen eine Fläche vollständig ein, die der Graf von  $f$  in zwei Teile teilt. Berechnen Sie dieses Teilungsverhältnis. 5 BE

2 Die Fragestellungen dieser Aufgaben besitzen untereinander keinen Bezug.  
Sie sind unabhängig voneinander zu bearbeiten.

10 BE

2.1 In den folgenden 4 Aufgaben ist jeweils genau eine Aussage richtig.  
Geben Sie diese in Ihren Aufzeichnungen an.

4 BE

2.1.1 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = f(x) = -x^3 + 2x^2 + 1$ .

- a) Der Graf von  $f$  besitzt 3 Nullstellen.
- b) Der Graf von  $f$  besitzt keine Nullstelle.
- c) Der Graf von  $f$  besitzt zwei Wendepunkte.
- d) Beide Extrempunkte des Grafen von  $f$  liegen oberhalb der Abszissenachse.

2.1.2 Die Gleichung  $0 = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{(x^2 + 4x + 4)(2x - 4)}$

- a) hat genau eine Lösung.
- b) die Lösungsmenge  $L = \{2\}$ .
- c) hat keine Lösung.
- d) besitzt zwei Lösungen.

2.1.3 Gegeben ist eine Zahlenfolge durch  $(a_n) = \left(\frac{(-1)^n}{n}\right)$

- a) Die Zahlenfolge ist monoton wachsend.
- b) Die obere Grenze ist gleich dem Grenzwert.
- c) Die untere Grenze ist gleich dem Grenzwert.
- d) Es handelt sich um eine Nullfolge.

2.1.4 Die Funktionsgleichung von  $f(x) = \sqrt{x+1}$  soll so verändert werden, dass sich der Wertebereich  $W_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 2\}$  ergibt. Welche Funktionsgleichung trifft zu?

- a)  $f(x) = \sqrt{x+2}$
- b)  $f(x) = \sqrt{x+1} + 2$
- c)  $f(x) = -\sqrt{x+1} + 2$
- d)  $f(x) = -\sqrt{x+2} + 1$

2.2 Berechnen Sie die Stammfunktion von  $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ ,  
die durch den Punkt  $P(-2 \mid 3)$  verläuft.

3 BE

2.3 Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die orthogonal  
zur Geraden mit der Gleichung  $y = 0,4x + 1$  verläuft.

1 BE

2.4 Geben Sie zu der folgenden Zahlenfolge

2 BE

die explizite Zuordnungsvorschrift an:  $(a_n) = \left(7; \frac{11}{2}; 4; \frac{5}{2}, \dots\right)$

Von den folgenden vier Wahlaufgaben ist eine auszuwählen und vollständig zu bearbeiten.

**3 Funktionen**

Gegeben ist die Funktion  $f$  durch  $y = f(x) = e^{-x} \cdot (x^2 + 2 \cdot x + 1)$ .

- 3.1 Begründen Sie, warum die Grafen der abgebildeten Funktionen nicht der Graf von  $f$  sein können. 2 BE

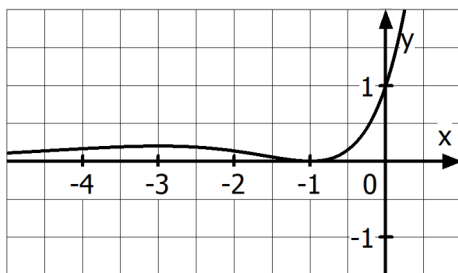


Abb. 1

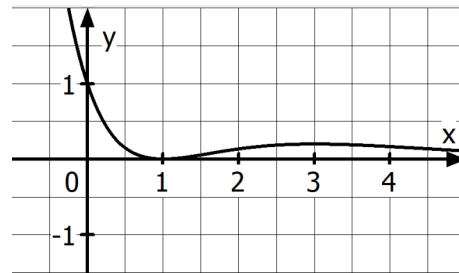


Abb. 2

- 3.2 Der Graf einer linearen Funktion  $g$  verläuft durch die lokalen Extrempunkte des Grafen von  $f$ .

3.2.1 Zeigen Sie, dass  $g(x) = \frac{2}{e} + \frac{2}{e} \cdot x$  die Funktionsgleichung dieser linearen Funktion  $g$  ist. 5 BE

3.2.2 Berechnen Sie den Schnittwinkel der beiden Grafen im lokalen Minimum von  $f$ . 1 BE

3.2.3 Berechnen Sie für  $f$  und  $g$  die maximale Differenz der Funktionswerte im Intervall zwischen den lokalen Extremstellen. 5 BE

- 3.3 Die Grafen von  $f$  und  $g$  sollen gemeinsam so in Abszissenachsenrichtung verschoben werden, dass sich die maximale Differenz der Funktionswerte nicht ändert und die Gerade  $g$  eine Ursprungsgerade wird. Geben Sie für diesen Fall jeweils die neuen Funktionsgleichungen für  $f$  und  $g$  an. 2 BE

#### 4 Finanzmathematik

15 BE

- 4.1 Das folgende Diagramm stellt eine verzinste Festgeldanlage an einem Beispiel grafisch dar. Berechnen Sie den Zinssatz und geben Sie die Funktionsgleichung des Grafen an.

3 BE

Legende: x in Jahren , y in 1.000 €



- 4.2 Herr Müller bekommt zu seinem 50. Geburtstag 19.715 € ausgezahlt. Deshalb hat er bei einem Zinssatz von 2,1 % für die nächsten n Jahre folgenden Plan: Zuerst möchte er das Geld mit Zinseszins auf einem Rentenkonto einige Jahre fest anlegen. Danach will er genauso lange jährlich nachschüssig 1.500 € auf das Konto einzahlen. Nach diesen Einzahlungen will er aus seinem Vermögen nachschüssig genauso viele Jahre wie er gespart hat, eine jährliche Rente von 3.000 € bekommen, bis das Konto erloschen ist. Berechnen Sie, ab welchem Alter Herr Müller die jährliche Rente bezieht.
- 4.3 Familie Freitag hat ein monatliches Nettoeinkommen von 3.200 € und möchte sich ein Haus kaufen. Dafür haben sie 30.000 € als Eigenkapital angespart. Dieses entspricht genau 15 % der Kaufsumme. Für den Rest benötigen sie ein Annuitätendarlehen. Von der Bank bekommen sie 2 Angebote zu einem Zinssatz von 4,5 % :

4 BE

8 BE

I Mit einer Laufzeit von 11 Jahren ist das Darlehen abgezahlt.

II Die Tilgung im 11. Jahr ist mit 5.924 € erstmals größer als die Zinsen.

Berechnen Sie die Darlehensangebote, um an Hand konkreter Zahlen mit der Familie Freitag die Auswahl des Darlehens zu erörtern.

## 5 Analytische Geometrie und Vektorrechnung

15 BE

Eine Gerade  $g$  verläuft durch die Punkte  $A (-2 | -3 | 1)$  und  $B (-1 | 1 | 2)$ .

Die Gerade  $h$  ist durch  $C (2 | -1 | 2)$  und  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$  bestimmt.

Weiterhin sind die Punkte  $D (0,5 | 4,5 | -4,5)$  und  $S (-3 | -7 | 0)$  gegeben.

- 5.1 Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein dreidimensionales Koordinatensystem. 3 BE
- 5.2 Erklären Sie am Beispiel der Geraden  $g$  und  $h$ , wie man bei der Untersuchung der Lagebeziehung zweier Geraden vorgeht. 5 BE
- 5.3 Der Punkt  $T$  teilt die Strecke  $\overline{DS}$  im Verhältnis von 1:2. Berechnen Sie die Koordinaten von  $T$ . 2 BE
- 5.4 Auf der Geraden  $g$  gibt es einen Punkt  $E$ , so dass das Dreieck  $DES$  bei  $E$  einen rechten Winkel hat. Berechnen Sie die Koordinaten von  $E$ . 5 BE

## 6 Statistik

15 BE

- 6.1 Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig sind. Begründen Sie, warum die anderen Aussagen falsch sind : 5 BE
- „Der Median bleibt in jedem Fall unverändert, wenn
- zu allen Werten eine Konstante addiert wird,
  - alle Werte außerhalb des Intervalls  $\bar{x} \pm s$  aus der Stichprobe entfernt werden,
  - zum größten Wert eine positive Zahl addiert wird,
  - man den „Ausreißer“ weglässt,
  - man den kleinsten und den größten Wert der Stichprobe streicht.“
- 6.2 Bei einer Studie im Gesundheitswesen wurde von 60 Personen unter anderem das Gewicht in kg ermittelt:

65	88	81	82	70	72	65	88	67	68
70	72	66	67	68	69	70	78	73	74
78	77	76	75	84	83	82	81	80	79
83	84	85	86	87	79	73	74	75	76
77	80	69	70	71	77	67	79	69	70
71	73	82	75	89	89	73	74	75	86

- 6.2.1 Teilen Sie die Daten in 5 gleichbreite Klassen ein und erstellen Sie eine Häufigkeitstabelle mit absoluten und relativen Häufigkeiten. 3 BE
- 6.2.2 Veranschaulichen Sie den Zusammenhang in einem Histogramm. 3 BE
- 6.2.3 Frau Engelke behauptet, dass die Streuung um das arithmetische Mittel höchstens 8 % beträgt. Untersuchen Sie, ob die Behauptung wahr ist. 4 BE